כל הבגרויות מכל השנים 582

www.matematicourse.com

0508338787

לחץ כאן כדי לצפות ב-פתרונות בוידאו לכל הבגרויות מכל השנים

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים וחמישים וחמש דקות.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתכם – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את <u>כל</u> הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

(המשך מעבר לדף)

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון הישר $y = x$ ונתונה הפרבולה $y^2 = 2px$.

p הוא פרמטר חיובי.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, והיא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר.

א. הביעו באמצעות p את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב־ ℓ את המשיק לפרבולה בנקודה A.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. מעגל I שמרכזו בנקודה F משיק לישר ℓ בנקודה B.

ב. הביעו באמצעות p את משוואת מעגל I.

ג. הראו כי הנקודה B נמצאת על ציר ה־ y.

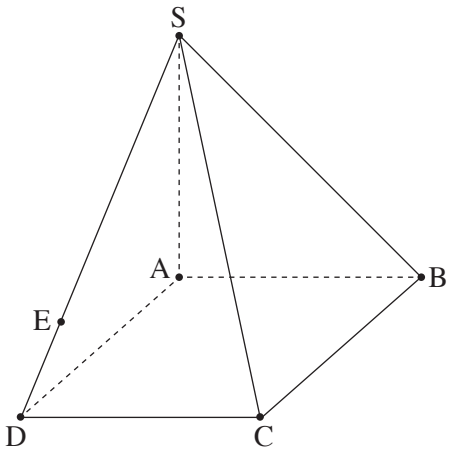
נתון: $AB = 4\sqrt{5}$.

ד. מצאו את הערך של p.

ה. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים מבפנים למעגל I ואורך הרדיוס שלהם הוא $2\sqrt{5} - 3$.

(המשך בעמוד 3)

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



המקצוע AS הוא גובה בפירמידה.

אורך המקצוע AS שווה לאורך צלע הריבוע ABCD .

הנקודה E נמצאת על המקצוע SD כך ש־ $SE = \frac{3}{4} \cdot SD$.

הנקודה N מקיימת: $\overrightarrow{SN} = k \cdot \overrightarrow{SC}$. k הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$,

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־ k את הווקטור $\overrightarrow{EN}$.

נתון: $|\overrightarrow{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}|$.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = \frac{1}{2}$, וענו על הסעיפים ג–ד.

ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש־ $A(0,0,0)$, $B(0,12,0)$.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x , והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z .

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות N ו־ E .

(2) מצאו את משוואת המישור ENB .

ד. האם נפח הפירמידה SENB גדול מנפח הפירמידה CENB , קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

3. נתונים שלושה מספרים מרוכבים:

$z_1 = r \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$, $z_2 = \frac{1}{r} \cdot (\cos(\alpha + 90^o) + i \cdot \sin(\alpha + 90^o))$, $w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}$.

$r > 0$, $0^o < \alpha < 90^o$.

הנקודה A מייצגת את המספר w במישור גאוס. נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה A הוא -1 .

א. מצאו את הערך של α .

נתון כי הנקודה A נמצאת על הישר $y = -1$.

ב. מצאו את הערך של r .

נתונה המשוואה $z^4 = 128 \cdot (z_1 \cdot w)^2$.

z הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

כל אחת מן הנקודות B ו־ C מייצגת פתרון אחד מבין הפתרונות שמצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון והנקודה C נמצאת ברביע השני.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = b$ חותך את החלק החיובי של ציר ה־ y בנקודה K .

b הוא מספר ממשי חיובי.

נתון כי שטח המרובע CKBO הוא $7\sqrt{2}$.

ד. מצאו את הערך של b .

(המשך בעמוד 4)

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{1}{e^x-1}+\frac{5}{e^x-5}+a$.

a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

ב. הוכיחו כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית בכל תחום הגדרתה.

נתון כי הישר $y=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .

הציבו $a=2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד–ו .

ד. הראו כי $f(x)=\frac{2e^{2x}-6e^x}{e^{2x}-6e^x+5}$.

ה. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=\ell n2$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=8\cdot\ell n(x^2+7)-2x$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ חותכת את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\ell n(f(x)-18)$, המוגדרת בתחום שבו $f(x)>18$.

ד. **(1)** כמה אסימפטוטות מאונכות לציר ה־ x יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

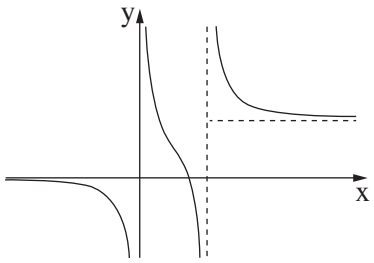
בהצלחה

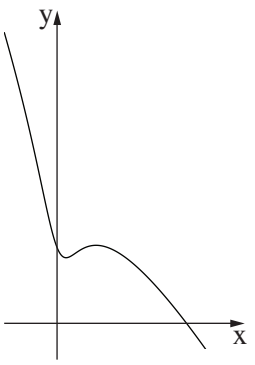
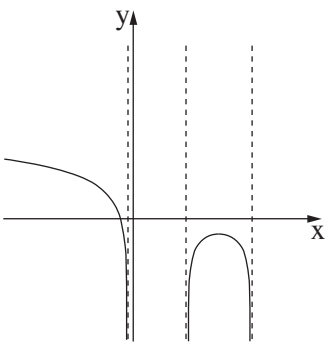
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35572, גרסה א, קיץ תשפ"ו, מועד ב, 2026

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$A(2p\,,\,2p)$
ב.	$(x-0.5p)^2+y^2=1.25p^2$
ג.	להראות
ד.	$p=4$
ה.	$(x-2)^2+y^2=9$
2.	
א.	$\overrightarrow{EN}=(k-0.75)\underline{u}+k\underline{v}+(0.75-k)\underline{w}$
ב.	$k=0.5$
ג. (1)	$E(9\,,\,0\,,\,3)$ $N(6\,,\,6\,,\,6)$
(2)	$3x+2y-z-24=0$
ד.	שווה
3.	
א.	$\alpha=45^o$
ב.	$r=1$
ג.	$4\text{cis}(45^o)$ $4\text{cis}(135^o)$ $4\text{cis}(225^o)$ $4\text{cis}(315^o)$
ד.	$b=3.5$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x\neq 0\,,\,x\neq \ell n5$
(2)	$x=0$ $x=\ell n5$ $y=a\quad(x\longrightarrow\infty)$ $y=a-2\quad(x\longrightarrow-\infty)$
ב.	הוכחה
ג.	$a=2\,,\,a=4$
ד.	להראות
ה. (1)	$(\ell n3\,,\,0)$
(2)	
ו.	$\ell n\left(\frac{4}{3}\right)$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	$\min(1, 14.64)$ $\max(7, 18.2)$
ב.	קעירות כלפי מעלה: $-\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$ קעירות כלפי מטה: $x < -\sqrt{7}\ ,\ x > \sqrt{7}$
ג.	
ד. (1)	3
(2)	$\max(7, -1.6)$
(3)	

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על <u>שלוש</u> שאלות, על שאלה <u>אחת</u> לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את <u>כל</u> הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

(המשך מעבר לדף)

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 54x$.

בנקודה A , שנמצאת על הפרבולה, מעבירים משיק לפרבולה ששיפועו $\frac{3}{4}$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M .

נתון כי המשיק לפרבולה הוא גם משיק למעגל בנקודה A ,

וכי ציר ה־ y משיק למעגל כך ששיעור ה־ x של הנקודה M קטן משיעור ה־ x של הנקודה A .

ב. **(1)** מצאו את משוואת הישר AM .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

נקודה B היא נקודה כלשהי על המעגל. דרך נקודה B מעבירים משיק למעגל.

נקודה P נמצאת על המשיק כך ש־ $BP = 36$.

ג. **(1)** מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה.

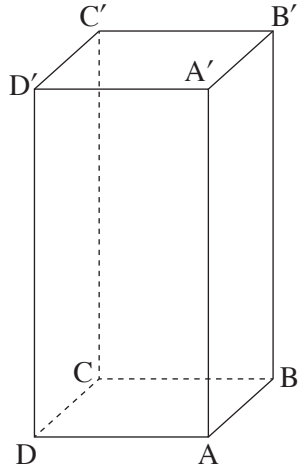
(2) האם על המקום הגאומטרי שמצאתם יש שתי נקודות שהמרחק ביניהן הוא 80 ? נמקו את תשובתכם.

(המשך בעמוד 3)

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע BB' .



א. הביעו את $\overrightarrow{EA}$ ו־ $\overrightarrow{EC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

הנקודה M מקיימת $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{6}\underline{u}-\frac{2}{3}\underline{v}+\frac{1}{12}\underline{w}$.

ב. הביעו את $\overrightarrow{EM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{EM}=a\cdot\overrightarrow{EA}+b\cdot\overrightarrow{EC}$.

a ו־ b הם פרמטרים.

ג. **(1)** מצאו את הערך של a ואת הערך של b .

(2) האם הנקודה M נמצאת במישור AEC ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי $|\underline{w}|=4$ והווקטור $\overrightarrow{BM}$ מאונך למישור AEC .

ד. מצאו את הערך של $|\underline{u}|$ ואת הערך של $|\underline{v}|$.

ה. חשבו את המרחק בין הנקודה B ובין המישור AEC .

(המשך בעמוד 4)

לפתרון בווידאו

3. נתונה המשוואה $z^3 = -64$.

z הוא משתנה מרוכב.

א. מצאו את כל פתרונות המשוואה.

נתונים שני מספרים מרוכבים:

$w_1 = r \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$, $w_2 = 2r \cdot (\cos 4\alpha + i \cdot \sin 4\alpha)$,

$50^o < \alpha < 130^o$.

שתי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים w_1 ו־ w_2 נמצאות על ישר אחד, שעובר דרך ראשית הצירים O במישור גאוס.

ב. מצאו את שני הערכים האפשריים של α.

נתון כי w_1 הוא אחד מן הפתרונות שמצאתם בסעיף א.

ג. מצאו את הערך של α ואת הערך של r.

נתונים שני מספרים מרוכבים נוספים: $w_3 = 4 \cdot i$, $w_4 = \frac{8}{i}$.

$ABCD$ הוא מרובע קמור. הקודקוד A מיוצג על ידי המספר w_1, הקודקוד B מיוצג על ידי המספר w_3, הקודקוד C מיוצג על ידי המספר w_2, והקודקוד D מיוצג על ידי המספר w_4.

ד. הראו כי שטח המרובע $ABCD$ הוא 36.

u הוא מספר מרוכב. הנקודה E, שמיוצגת על ידי המספר u, נמצאת ברביע הראשון על חוצה הזווית BOA.

נתון כי $\bar{u} + \frac{1}{u} = 5.2 \cdot (\cos 285^o + i \cdot \sin 285^o)$, $|u| > 1$.

ה. מצאו את המספר המרוכב u.

(המשך בעמוד 5)

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^n\cdot(3-\ell nx)$, המוגדרת בתחום $x>0$.

n הוא פרמטר טבעי.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא 2.

ב. מצאו את הערך של n.

הציבו $n=1$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר, $1<a<3$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e$ ו־ $x=e^a$ הוא $\ell n10$.

ו. מצאו את הערך של a.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=4e^x-x+9\cdot\ell n(4-e^x)$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. הראו כי $f'(x)=\frac{-4(e^x-1)^2}{4-e^x}$.

ג. **(1)** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ המקביל לציר ה־ x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד. סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x<\ell n4$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+ax$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

a הוא פרמטר.

ו. היעזרו בגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצאו בעבור אילו ערכים של a יש לפונקצייה $g(x)$ שתי נקודות קיצון.

נמקו את תשובתכם.

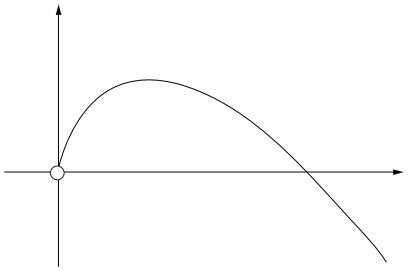
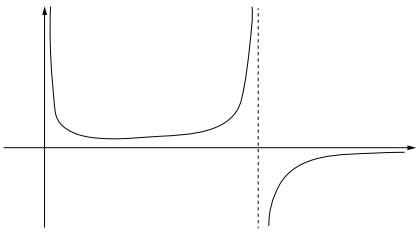
בהצלחה

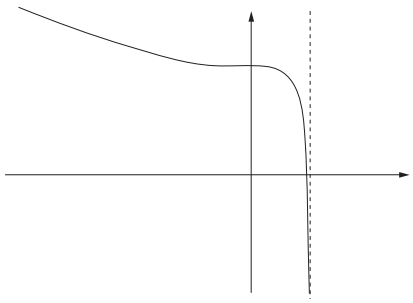
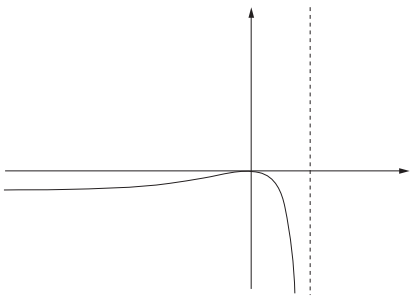
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35572, גרסה א, קיץ תשפ"ו, 2026

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$A(24\,,\,36)$
ב. (1)	$y=-\frac{4}{3}x+68$
(2)	$(x-15)^2+(y-48)^2=225$
ג. (1)	$(x-15)^2+(y-48)^2=1{,}521$
(2)	לא
2.	
א.	$\overrightarrow{EA}=-\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$
	$\overrightarrow{EC}=\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$
ב.	$\overrightarrow{EM}=\frac{1}{6}\underline{u}-\frac{2}{3}\underline{v}-\frac{5}{12}\underline{w}$
ג. (1)	$a=\frac{2}{3}$
	$b=\frac{1}{6}$
(2)	כן
ד.	$\lvert\underline{u}\rvert=2$
	$\lvert\underline{v}\rvert=1$
ה.	$\sqrt{\frac{2}{3}}$
3.	
א.	$4\text{cis}60^o$
	$4\text{cis}180^o$
	$4\text{cis}300^o$
ב.	$60^o\ ,\ 120^o$
ג.	$\alpha=60^o$
	$r=4$
ד.	להראות
ה.	$u=5\text{cis}75^o$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א.	$(e^3\,,\,0)$
ב.	$n=1$
ג.	$\max(e^2\,,\,e^2)$
ד.	
ה. (1)	$0<x<e^3\,,\,x>e^3$
(2)	$x=0\,,\,x=e^3$
	מימין $y=0$
(3)	
ו.	$a=2.8$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x < \ell n4$
(2)	$x = \ell n4$
ב.	להראות
ג. (1)	תחום הירידה: $x < \ell n4$
(2)	$y = 4 + 9\ell n3$
ד.	
ה. (1)	$x = \ell n4$ משמאל $y = -1$
(2)	
ו.	$0 < a < 1$

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(1,3)$ נמצאת על האליפסה.

שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{6.4},0)$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x.

דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O.

הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO. הנקודה P היא אמצע הקטע BC.

ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P.

ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O.

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x+4y-8z-142=0$,

וכי $B(0,7,6)$.

א. מצאו את אורך המקצוע BB'.

נתון כי הצגה פרמטרית של הישר AB היא $\underline{x}=(0,7,6)+t(0,2,1)$.

אורך המקצוע AB הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה־ y של הקודקוד A הוא שלילי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ג. מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.

נתונה נקודה $M(k,1,3)$, k הוא פרמטר חיובי.

נתון כי גודל הזווית שבין הישר AB ובין הישר AM הוא 60°.

ד. מצאו את הערך של k (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

נתון כי הנקודה M נמצאת על המישור $DCC'D'$.

ה. מצאו את נפח התיבה.

לפתרון בווידאו

3. א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z - 2i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 2$ הוא פרבולה, ומצאו את משוואתה.

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $0^o < \theta < 90^o$, $r > 0$.

נתון מצולע קמור I , שקודקודיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה $z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i\sin(4\theta))$, z הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I .

נתון מצולע II , שקודקודיו מיוצגים על ידי המספרים $-\frac{1}{w}$, $\frac{1}{w}$, $-w$, w .

ג. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II .

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I .

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת $g(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$.

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־$g(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ יורדת בתחום $x > 0$ ובתחום $x < 0$,

וכי $f'(x) \neq 0$ בכל תחום הגדרתה.

א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

נתון כי $f(x) = \frac{1}{x}$.

ב. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ־1.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{\ell na}$ ו־$x = \frac{1}{\ell n(4a)}$ הוא 5.

ד. מצאו את הערך של a.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{1}{x}\left(a+\frac{1}{(\ell nx)^2}\right)$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x=\frac{1}{e}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

$g(x)$ היא פונקצייה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע שלפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול שנמצאת על ציר ה־ x .

ג. מצאו פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

בעבור הפונקצייה $g(x)$ שמצאתם ענו על הסעיפים ד–ו.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

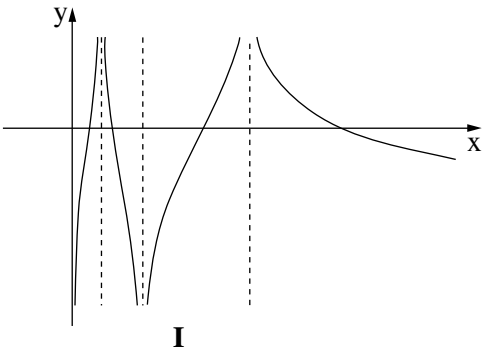
(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

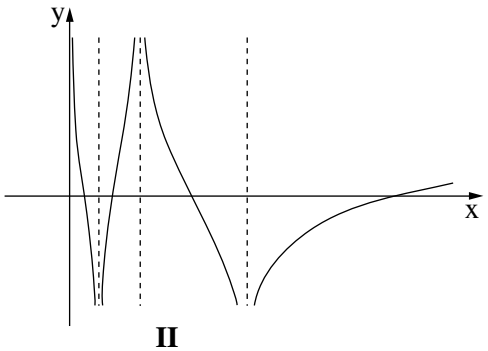
נתונה הפונקצייה $h(x)=\ell n\left|g(x)\right|$.

ו. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

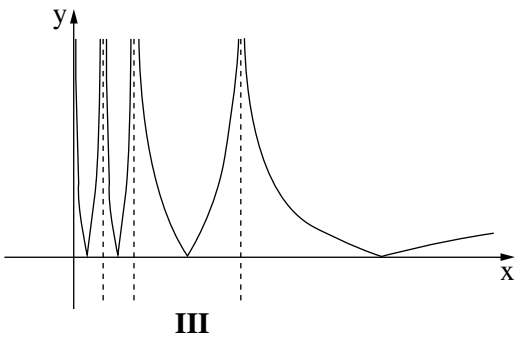
(2) אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



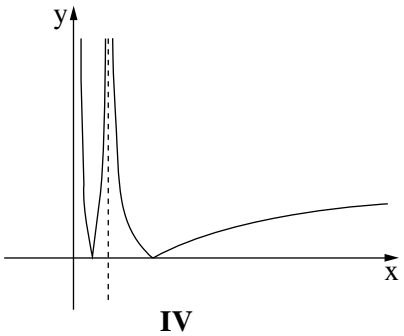
I



II



III



IV

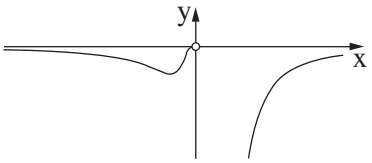
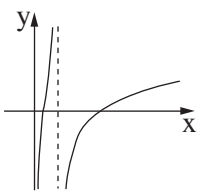
בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35572, גרסה א, חורף תשפ"ו, 2026

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.1	
א.	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9.6}=1$
ב.	$y=3x-6$
ג.	$(x-0.9)^2+(y+0.3)^2=0.9$
.2	
א.	18
ב.	$A(0\,,-3\,,1)$
ג.	$20x-y+2z-5=0$
ד.	$k=\sqrt{60}$
ה.	$400\sqrt{15}$
.3	
א.	$y=\frac{x^2}{8}$
ב.	$\frac{1}{r}\text{cis}(\theta)$
	$\frac{1}{r}\text{cis}(\theta+90^o)$
	$\frac{1}{r}\text{cis}(\theta+180^o)$
	$\frac{1}{r}\text{cis}(\theta+270^o)$
ג.	$w=\text{rcis}(\theta)$
	$-w=\text{rcis}(\theta+180^o)$
	$\frac{1}{w}=\frac{1}{r}\text{cis}(-\theta)$
	$-\frac{1}{w}=\frac{1}{r}\text{cis}(180^o-\theta)$
ד.	$\theta=45^o$
ה.	128

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.4	
א.	תחומי שליליות: $x<0\ ,\ x>0$
ב. (1)	מימין $x=0$ $y=0$
(2)	$\min\left(-\frac{1}{2}\,,-\frac{4}{e^2}\right)$
ג.	
ד.	$a=\frac{5}{3}$
.5	
א.	$0<x<1\ ,\ x>1$
ב.	$a=1$
ג.	$g(x)=\ell nx-\frac{1}{\ell nx}$
ד. (1)	$x=0\ ,\ x=1$
(2)	$\left(\frac{1}{e}\,,0\right)\ ,\ (e\,,0)$
(3)	תחומי עלייה: $0<x<1\ ,\ x>1$
ה.	
ו. (1)	$0<x<\frac{1}{e}\ ,\ \frac{1}{e}<x<1$ $1<x<e\ ,\ x>e$
(2)	גרף II

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $\frac{x^2}{25k^2}+\frac{y^2}{16k^2}=1$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x.

א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ y.

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. **(1)** מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D.

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 15.

אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

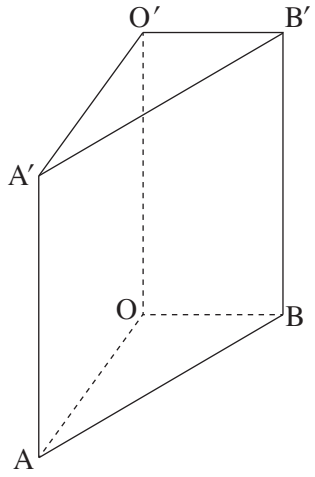
נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k.

לפתרון בווידאו

/המשך בעמוד 3/

2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$



שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^o$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש־ $\overrightarrow{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש־ $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AE}$.

נסמן: $\overrightarrow{OA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{OO'} = \underline{w}$,

א. **(1)** הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ את $\overrightarrow{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות O' , N , K נמצאות על ישר אחד,
ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $E(0,1,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו־ B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. **(1)** מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו־ z_2 שמכפלתם היא $-19+4i$.

$z_1 = 2+3i$.

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, w הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos\theta + i \cdot \sin\theta)$, $0^o \le \theta < 360^o$.

נתון כי המספרים z ו־ z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ד. **(1)** סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $3(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, $0^o \le \alpha < 360^o$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

לפתרון בווידאו

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x+x}{e^x-x}+b$, המוגדרת לכל x.
b הוא פרמטר.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y=1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b <u>הקטן</u> ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x)-1.5)\,dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x\cdot \ell n(x)}{1+\ell n(x)}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1+\ell n(x)}{x\cdot \ell n(x)}$.

ד. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}}\left(\frac{1}{x\cdot \ell n(x)}+\frac{1}{x}\right)dx$, k הוא פרמטר גדול מ־ 1 .

ה. **(1)** קבעו איזה מן הביטויים I–II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.

I. $k+\ell n(k)$ **II.** $k+\ell n2$

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e^3$ ו־ $x=e^6$.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה</u>

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.

2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **טל"ח** (טעות לעולם חוזר) — בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.

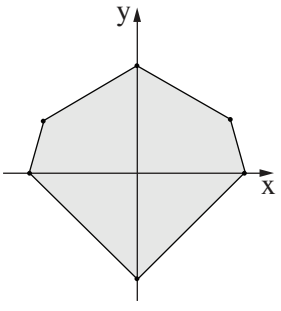
3. על פי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות — תשע"ה/9ד, נבחנים בבחינת בגרות מחויבים לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
   הנבחנים נדרשים לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
   אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר.

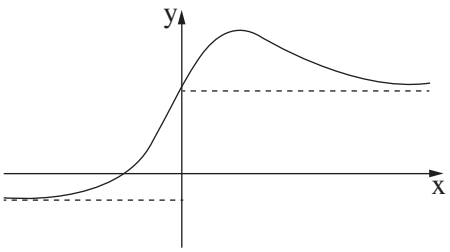
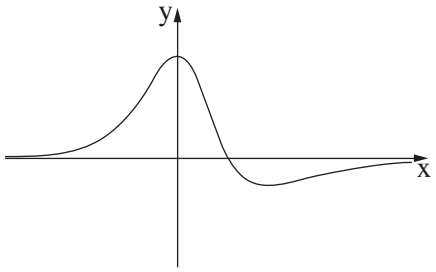
   קישור לחוזר המנכ"ל

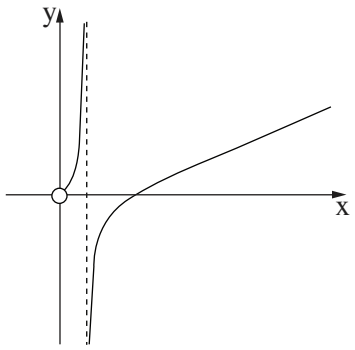
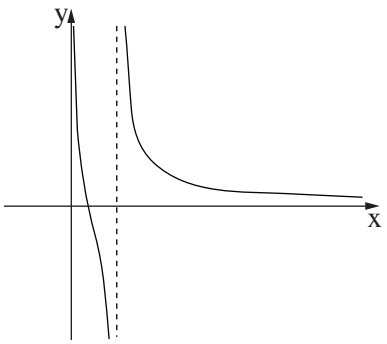
בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35572, קיץ תשפ"ה, מועד ב, 2025

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$(x-3k)^2+y^2=4k^2$
ב. (1)	$\frac{BD}{DF}=\frac{3}{2}$
(2)	$D(1.8k\,,1.6k)$
ג.	$y=\frac{3}{4}x+\frac{k}{4}$
ד.	$y=\frac{3}{4}x+\frac{k+75}{4}$
ה.	$k=2.5$
2.	
א. (1)	$\overrightarrow{O'N}=\frac{1}{4}\underline{u}+\frac{1}{4}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$
(2)	הוכחה $\frac{O'K}{O'N}=2$
ב.	$B(0,3,0)$ $N\left(1\,,\frac{3}{4}\,,\frac{9}{2}\right)$
ג.	$3x+4y-12=0$
ד. (1)	1.2
(2)	9
3.	
א.	$z_2=-2+5i$
ב.	$w=\pm\sqrt{3}+i\,,-2i$
ג.	$z=2cis0^o\,,2cis90^o\,,$ $2cis180^o\,,2cis270^o$
ד. (1)	
(2)	$6+2\sqrt{3}$
ה.	פי 9

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$y=1+b\ \ (x\to\infty)$ $y=-1+b\ \ (x\to-\infty)$
(2)	$(0\,,1+b)$
(3)	$\max\left(1\,,\frac{e+1}{e-1}+b\right)$
ב.	$b=0.5$ $b=2.5$
ג.	
ד. (1)	$y=0$
(2)	
ה.	כן

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$
(2)	$x = \frac{1}{e}$
(3)	$(1\ ,\ 0)$
ב.	תחומי עלייה: $0 < x < \frac{1}{e}$ $x > \frac{1}{e}$
ג.	
ד. (1)	$0 < x < 1$ $x > 1$
(2)	$x = 0\ ,\ x = 1\ ,\ y = 0$
(3)	
ה. (1)	II
(2)	$3 + \ell n2$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2-6x+y^2+t=0$. t הוא פרמטר קטן מ־ 9.

א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.

הישר $y=x$ משיק למעגל.

ב. מצאו את הערך של t.

הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.

A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש־ $-1.5 \le y_A \le 1.5$.

דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה־ y.

נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.

ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.

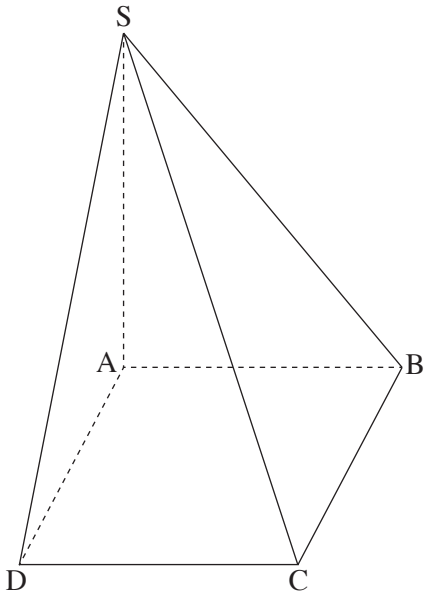
C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.

ד. חשבו את היקף המשולש CKF.

ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 3 ? נמקו את תשובתכם.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.



SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD .

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטור $\overrightarrow{SM}$.

נתון כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{DB}$.

ב. הוכיחו כי $|\underline{v}| = |\underline{u}|$.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(0,5,0)$, $S(0,0,6)$.

$D(3,p,0)$, $p > 0$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו־ C .

דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD .

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K .

ד. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות I–II . קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I . הישר KM מקביל לישר SD .

II . כל ישר שמאונך למישור ACK , מאונך לישר SD .

3. **א.** הביעו באמצעות x ו־ y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = |z - (2 + 2i)|$.


לפתרון בווידאו

z הוא משתנה מרוכב.

נתונה המשוואה $z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$.

A ו־ B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו־ B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו־ D נמצאות על הצירים כך ש־ ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α $(0^o < \alpha < 90^o)$.

כל שמונה הנקודות (הנקודות A , B , C ו־ D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות של המשוואה $z^n = b$, שבה n הוא מספר טבעי ו־ b הוא מספר ממשי.

ג. **(1)** מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^o$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x}{a-e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3) בעבור $a>0$ ובעבור $a<0$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה־ y של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a=3$ ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a=-3$. נמקו את קביעותיכם.

הציבו $a=3$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.

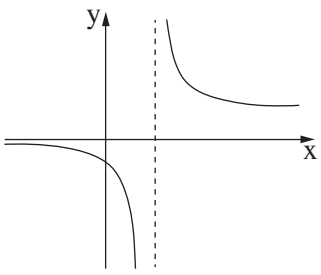
נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)+2}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

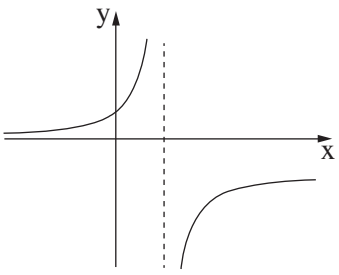
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

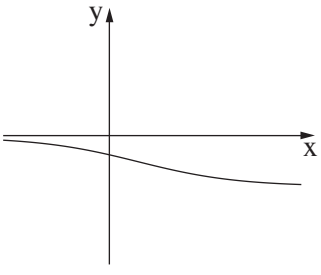
ה. לפניכם טענה: $\int_{-4}^{-2}g(x)\,dx>\int_{2}^{3}g(x)\,dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



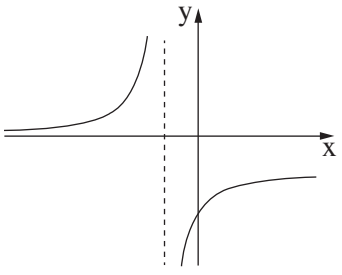
I



II



III



IV

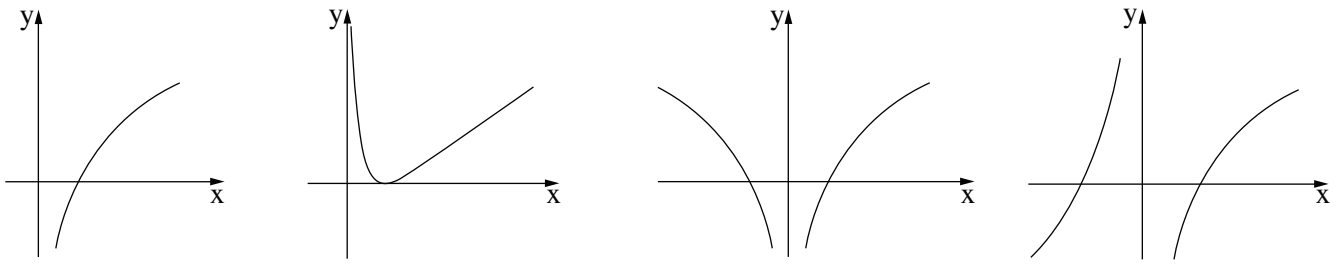
/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) לפניכם ארבעה גרפים, I–IV . קבעו איזה מהם מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



I **II** **III** **IV**

הציבו $n=2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ב–ד.

נתונה הפונקצייה $g(x)=(f(x))^2-4$, המוגדרת לכל $x\neq 0$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $k(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x>0$.

ד. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $k(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e^2$ ו־ $x=e^3$.

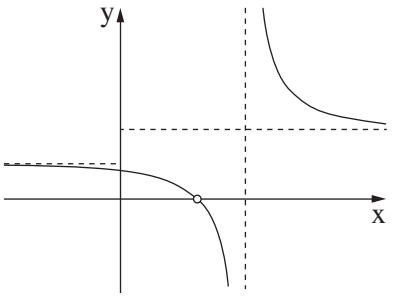
בהצלחה!

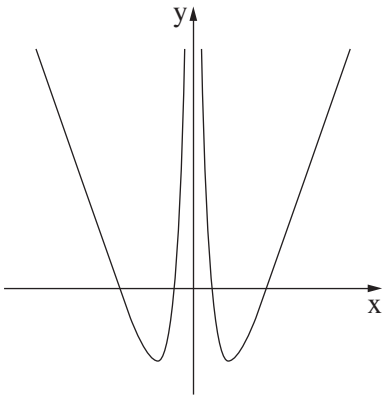
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35572, קיץ תשפ"ה, 2025

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$R=\sqrt{9-t}$
ב.	$t=4.5$
ג.	$\frac{x^2}{4.5}+\frac{y^2}{2.25}=1$
ד.	$3\sqrt{2}+3$
ה.	לא
2.	
א.	$\overrightarrow{SM}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}$
ב.	הוכחה
ג.	$C(3,9,0)$ $D(3,4,0)$
ד.	$18x-6y+5z=0$
ה.	נכונה – I נכונה – II
3.	
א.	$y=-x+2$
ב.	להראות
ג. (1)	$b=256\ ,\ \alpha=45^o$
(2)	כל n שמתחלק ב־ 24 בהתאמה $b=2^n$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x\neq \ell na\ :a>0$ x כל $:a<0$
(2)	$y=-1\ (x\to\infty)$ $y=0\ (x\to-\infty)$
(3)	$:a>0$ עולה בתחומים: $x<\ell na\ ,\ x>\ell na$ $:a<0$ יורדת לכל x
ב.	גרף II מתאים ל־ $a=3$ גרף III מתאים ל־ $a=-3$
ג. (1)	$x\neq \ell n3$ $x\neq \ell n6$
(2)	$x=\ell n6$ $y=1\ (x\to\infty)$ $y=\frac{1}{2}\ (x\to-\infty)$
ד.	
ה.	לא

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x \neq 0$
(2)	גרף II
ב. (1)	$\left(\pm\frac{1}{e}, 0\right)$
	$(\pm e, 0)$
(2)	$\min(\pm 1, -4)$
ג.	
ד. (1)	$x > 0 \ , \ x \neq \frac{1}{e} \ , \ x \neq e$
(2)	$\ell n\left(\frac{8}{3}\right)$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות $A(-9a\,,\,0)$ ו־ $B(41a\,,\,0)$. a הוא פרמטר חיובי.

הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^o$.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.

הביעו את תשובתכם באמצעות a.

נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג–ד.

אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.

הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

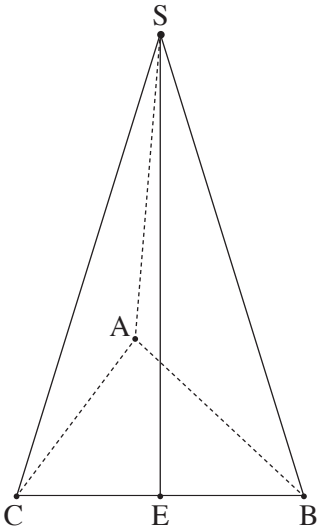
הישר ℓ משיק לפרבולה בנקודה C.

מעבירים משיק למעגל שמצאתם.

נתון כי משיק זה מקביל לישר ℓ.

ד. מצאו את המרחק בין הישר ℓ ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC.



נסמן: $\overrightarrow{AE} = \underline{u}$, $\overrightarrow{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

לפתרון בווידאו

א. הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{BC}$.

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 16.

$A(0,0,0)$, $B(6,8,0)$.

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x,

ושיעור ה־ z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו־ S.

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש־ $\overrightarrow{SF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC, וחותך את המישור ABS בנקודה M.

ג. **(1)** מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos\theta + i \cdot \sin\theta)$, $r > 0$, $90^o < \theta < 180^o$.

א. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w, והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ.

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \overline{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. **(1)** מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 62.

ד. מצאו את הערך של r.

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=e^x-\frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x\neq 0$.

א. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=-x+\ell n(e^x-1)$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) הראו כי $g'(x)=f(x)-e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה־ x .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x=\ell n(b)$.
$b>2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .

נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל־ $b-2+\ell n(1.5)$.

ה. מצאו את הערך של b .

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{a+\ell nx}{x}$, המוגדרת בתחום $x>0$. a הוא פרמטר.

א. בתת־סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x\neq 0$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x=e^2$.

ג. מצאו את הערך של a .

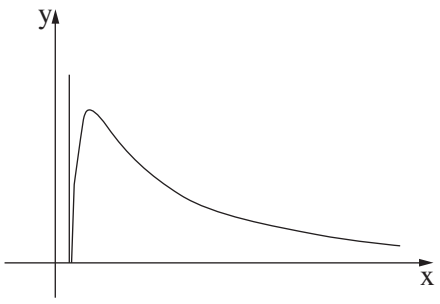
הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.

נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x>0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^5 , 2.5)$.

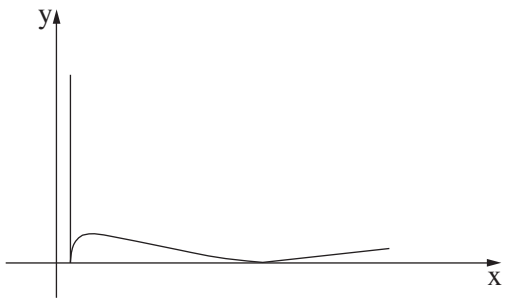
נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x)=f(x)-g(x)$.

ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.

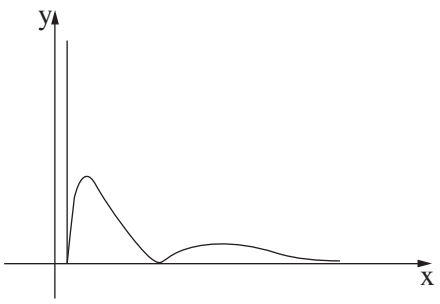
ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



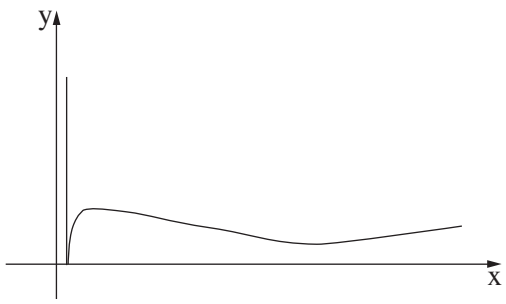
II



I



IV



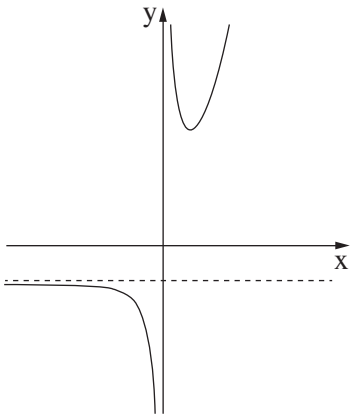
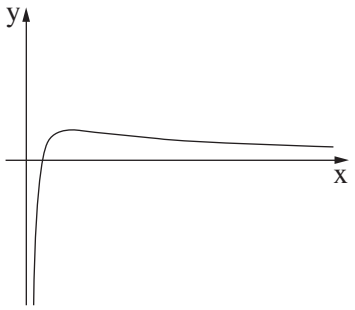
III

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35572, גרסה א, חורף תשפ"ה, 2025

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	להראות
	$(x-16a)^2+y^2=625a^2$
ב.	$a=0.5$
ג.	$C(4.5\,,12)$
ד.	2.5 או 22.5
2.	
א.	הוכחה
ב.	$S(8\,,4\,,16)$
	$C(10\,,0\,,0)$
ג. (1)	$\underline{x}=(8.5\,,3\,,12)+t(1\,,0\,,0)$
(2)	$M(6\,,3\,,12)$
ד.	פי 2
3.	
א.	$\frac{1}{w}=\frac{1}{r}cis(-\theta)$
ב.	$\theta=157.5^o$
ג. (1)	16
(2)	כן
ד.	$r\approx 4.5$
4.	
א. (1)	$x=0$
	$y=-1\,(x\to-\infty)$
(2)	לא
(3)	$\min(\ell n2\,,3)$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
ב.	
ג. (1)	$x>0$
(2)	להראות
ד.	$b-2+\ell n\frac{2(b-1)}{b}$
ה.	$b=4$
5.	
א. (1)	$x=0$
	$y=0\,(x\to\infty)$
(2)	$\left(\frac{1}{e^a}\,,0\right)$
(3)	$\max(e^{1-a}\,,e^{a-1})$
ב.	
ג.	$a=-1$
ד.	$h(x)=\frac{(\ell nx)^2}{2}-2\ell nx$
ה.	I

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, **מועד ב**
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

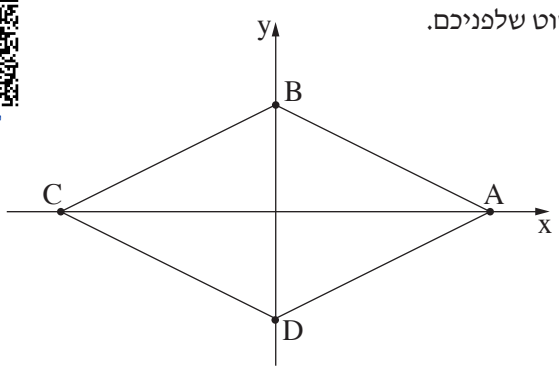
ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון מעוין $ABCD$. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה־x החותך אותו בנקודה $K(a,0)$.

על הישר $x=-a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה־x.

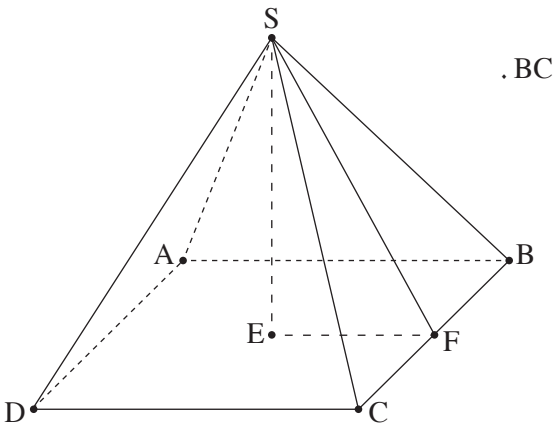
הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה־x של הנקודה N הוא 5.

ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\overrightarrow{SB}=\underline{w}$, $\overrightarrow{SF}=\underline{v}$, $\overrightarrow{SE}=\underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$ ו־ $\overrightarrow{DC}$.

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}|=7$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{BA}=(-3\,,4\,,5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0\,,4\,,5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה־ x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. **א.** **(1)** מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6+64i=0$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6+64i}{z^2-4i}=0$ (z הוא מספר מרוכב).

לפתרון בווידאו

הפתרונות שמצאתם בתת־סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^o<\alpha<90^o$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha=45^o$? נמקו את תשובתכם.

ד. **(1)** מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $k(x)=xe^x$, ונתונה הפונקציה $m(x)=2e^x-1$, המוגדרות לכל x .

א. **(1)** מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ עם ציר ה־ y .

הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x=a$ ונקודה נוספת שבה $x=b$, $b>a$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x-1}{x-1}$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.

ג. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

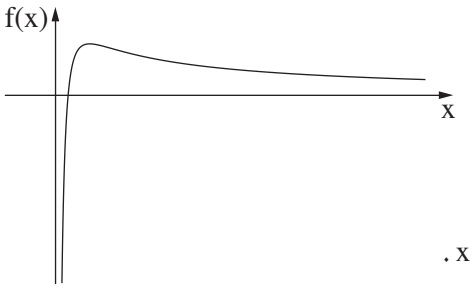
ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x)=0$ יש בדיוק שני פתרונות.

ה. **(1)** הסבירו מדוע $1<b$.

(2) הביעו באמצעות a ו־ b את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{2\ell n(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום $x>0$.



א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x>0$ ומקיימת: $g'(x)=f(x)$.

שיעור ה־ y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. **(1)** מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

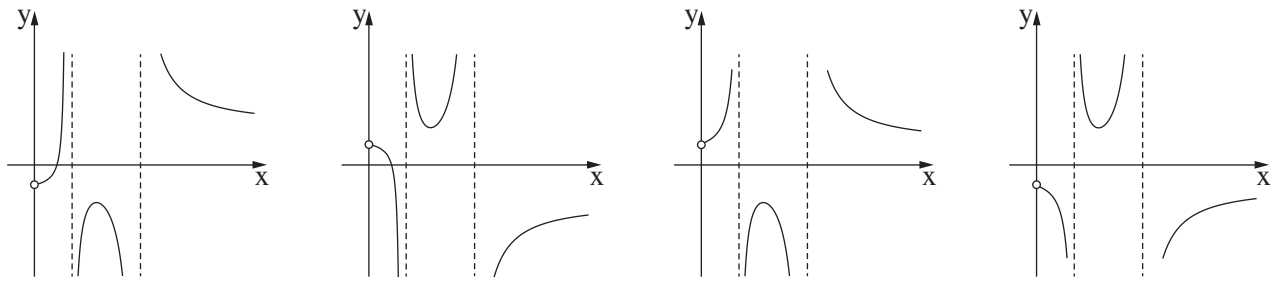
נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x)=1+\frac{b}{g(x)}$, b הוא פרמטר גדול מ־ $\frac{1}{4}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה־ x . נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה. הביעו את תשובתכם באמצעות b , אם יש צורך.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



I **II** **III** **IV**

לפתרון בווידאו

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>דגשים בנוגע לפרסום הצעה לפתרון בחינת הבגרות במתמטיקה</u>

1. בהצעה לפתרון שאלוני בחינת הבגרות במתמטיקה **מובאת התוצאה הסופית בלבד**, בלי פירוט דרכי הפתרון או בלי הסבר לפתרון.

2. אם יתברר שנפלה טעות בהצעת הפתרון, תפורסם בתוך זמן סביר הצעה מתוקנת, והצעת הפתרון המתוקנת תהיה המחייבת. **טל"ח** (טעות לעולם חוזר) — בהצעת הפתרון עלולות ליפול טעויות, ואין בה כדי לחייב את מעריכי הבחינה לקבל תשובה שגויה.

3. על פי חוזר מנכ"ל טוהר הבחינות — תשע"ה/9ד, נבחנים בבחינת בגרות מחויבים לפעול על פי נוהלי טוהר הבחינות כדי להבטיח הליך בחינות אמין, הוגן ושוויוני.
   הנבחנים נדרשים לכתוב במחברת הבחינה פתרון מלא, מפורט ומנומק.
   אם נבחן יכתוב תשובות סופיות נכונות במחברת הבחינה בלי פירוט של שלבי הפתרון או בלי הסבר מפורט או אם יתעורר חשד שנבחן הפר את טוהר הבחינות, יחל הליך של החשדת הבחינה כמפורט בחוזר.

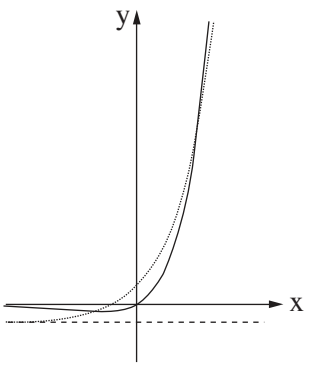
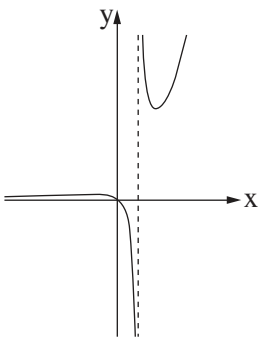
   קישור לחוזר המנכ"ל

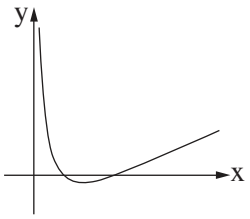
בהצלחה לנבחנים ולנבחנות!

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ד, מועד ב, 2024

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.1	
א.	$y=-0.5x+2.5$
ב.	$x^2+y^2=5$
ג.	$M(1,2)$
ד.	להראות $y^2=4x$
ה.	$(x-5)^2+(y-2\sqrt{5})^2=20$ $(x-5)^2+(y-2\sqrt{5})^2=80$
.2	
א.	$\overrightarrow{BC}=2\underline{v}-2\underline{w}$ $\overrightarrow{DC}=-2\underline{u}+2\underline{v}$
ב.	$\underline{u}\cdot\underline{w}=49$
ג.	$\sim 54.46^o$
ד.	$4x+3y-12=0$
ה.	$B(3,0,5)$
.3	
א. (1)	$2cis45^o, 2cis105^o, 2cis165^o$ $2cis225^o, 2cis285^o, 2cis345^o$
(2)	$2cis105^o, 2cis165^o$ $2cis285^o, 2cis345^o$
ב.	$4\sqrt{3}$
ג.	16
ד. (1)	$\alpha=22.5^o$ או $\alpha=67.5^o$
(2)	בעבור $\alpha=22.5^o$ המכפלה $-16i$ בעבור $\alpha=67.5^o$ המכפלה $16i$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.4	
א. (1)	$y=0\ (x\to-\infty):k(x)$ $y=-1\ (x\to-\infty):m(x)$
(2)	$x>-1$ עולה $:k(x)$ $x<-1$ יורדת
(3)	$m(x)$ עולה לכל x $k(x):(0,0)$ $m(x):(0,1)$
ב.	
ג. (1)	$x=1, y=0\ (x\to-\infty)$
(2)	$(0,0)$
ד.	הסבר
ה. (1)	הסבר
(2)	תחומי עלייה: $x<a,\ x>b$ תחומי ירידה: $a<x<1,\ 1<x<b$
ו.	

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	$(\sqrt{e}, 0)$
ב. (1)	$g(x) = (\ell n(x))^2 - \ell n(x)$
(2)	$(1, 0), (e, 0)$
(3)	
ג. (1)	$x > 0, x \neq 1, x \neq e$
(2)	לא
ד.	$\max(\sqrt{e}, 1 - 4b)$
ה.	II

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון מעגל I שמשוואתו $(x-3)^2+(y-4)^2=9$, ומרכזו בנקודה K.

נתון מעגל II שמשוואתו $(x+5)^2+(y-2)^2=1$, ומרכזו בנקודה L.

הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II.

מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות $MA=MB$ הוא קו ישר, ומצאו את משוואתו.

ב. **(1)** הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.

(2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה $ML=MK$? נמקו את תשובתכם.

נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 9.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה $y^2=2px$, p הוא פרמטר.

ד. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.

2. נתונים שני ישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$\ell_1 : \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$\ell_2 : \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

k הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נסמן ב־ α את הזווית בין הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

ב. מצאו את הערך של k שבעבורו מתקיים $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

הציבו $k = 2$, וענו על הסעיפים ג–ה.

המישור π מכיל את הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

ג. מצאו את משוואת המישור π .

הנקודה B נמצאת על הישר ℓ_2 , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים, $AO = AB$.

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במישור π .

מן הנקודה A מעלים אנך למישור π ומסמנים עליו את הנקודה S .

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא $\frac{14\sqrt{2}}{3}$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא ברביע השני במישור גאוס.

אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.

המספר המרוכב z מייצג את הקודקוד A .

נתון: $BD = 2AC$.

א. הביעו באמצעות z את המספרים שמייצגים את הקודקודים C , B ו־ D .

נסמן: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$.

ב. ענו על התת־סעיפים (1) ו־ (2). הביעו את תשובותיכם באמצעות r ו־ θ אם יש צורך.

(1) כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים $(\frac{1}{z}, \ldots)$ למספרים המייצגים את קודקודי המעוין.

(2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת־סעיף ב(1) מייצגים קודקודים של מרובע.

מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.

ג. נתונה המשוואה: $w^{11} = \overline{w}$, w הוא מספר מרוכב השונה מ־ 0 .

מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.

פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע ששטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת־סעיף ב(2).

ד. מצאו את הערך של r .

לפתרון בווידאו

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{e^x-b}{(e^x-4)^2}$, b הוא פרמטר חיובי, $b\neq 4$.

לפתרון בווידאו

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=\ell n(12)$.

ב. מצאו את הערך של b , ואת סוג נקודת הקיצון.

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ו.

נתונה הפונקצייה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.

ד. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מהו שיעור ה־ y של נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו אם הערך של $\int_{-2}^{-1}(f(x)-g(x))dx$ קטן או גדול מ־ $1\frac{1}{2}$. נמקו את קביעתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=x\left((\ell n(x))^2-2\ell n(x)+2\right)$, המוגדרת בתחום $x>0$.

לפתרון בווידאו

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x)=(\ell n(x))^2-4$, $h(x)=\frac{f(x)}{x^2}$ המוגדרות בתחום $x>0$.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x העבירו אנכים לציר ה־ x .

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$ ועל ידי האנכים.

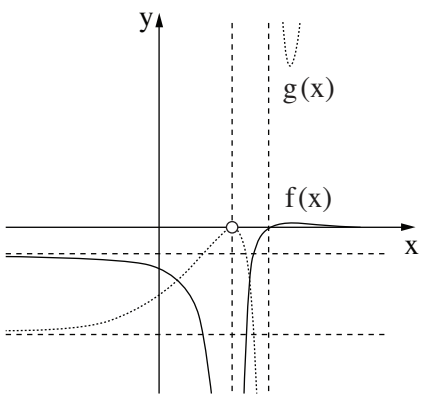
בהצלחה!

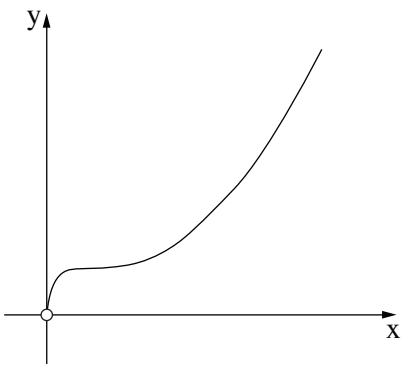
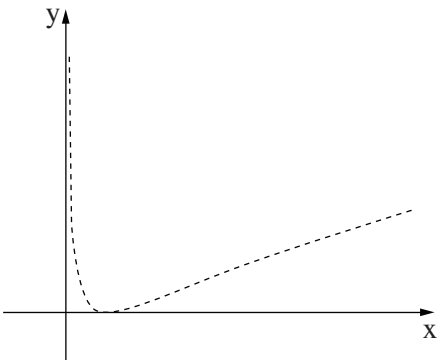
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ד, 2024

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$y=-4x-3$
ב. (1)	להראות
(2)	לא
ג.	$M(-2,5)$
ד.	$y=-1.25x+2.5$
2.	
א.	$A(1,-3,0)$
ב.	$k=2$ או $k=-2$
ג.	$3x+y-2z=0$
ד.	להסביר
ה.	$S(7,-1,-4)$ או $S(-5,-5,4)$
3.	
א.	$z_A=z,\ z_B=2zi$ $z_C=-z,\ z_D=-2zi$
ב. (1)	$\frac{1}{z_A}=\frac{1}{r}\cdot\text{cis}(-\theta)$ $\frac{1}{z_B}=\frac{1}{2r}\cdot\text{cis}(-\theta-90^o)$ $\frac{1}{z_C}=\frac{1}{r}\cdot\text{cis}(-\theta-180^o)$ $\frac{1}{z_D}=\frac{1}{2r}\cdot\text{cis}(-\theta-270^o)$
(2)	$\frac{1}{r^2}$
ג.	0
ד.	$r=\frac{1}{\sqrt{3}}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x\neq \ell n4$
(2)	$x=\ell n4$
	מימין: $y=0$
	משמאל: $y=\frac{-b}{16}$
(3)	$(0,\frac{1-b}{9}),(\ell nb,0)$
ב.	$b=8$
	נקודת מקסימום
ג. (1)	$x\neq \ell n4,\ x\neq \ell n8$
(2)	$x=\ell n8$
	משמאל: $y=-2$
ד.	
ה.	-1
ו.	קטן

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	תחומי עלייה:
	$x > 0$
ב.	$(1, 2)$
ג.	תחומי חיוביות: $x > 0$
ד. (1)	
(2)	
ה.	$2e^2 + \frac{6}{e^2}$
ו.	$\frac{40}{3} + 2e^2 + \frac{6}{e^2}$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle BAC = 90^o)$, שיעורי הקודקוד A הם $(a\ ,\ 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

שיעור ה־ x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה־ x.

הנקודה M היא אמצע הצלע BC.

א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M.

ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א.

סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.

באחת מן הנקודות M, שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר ℓ המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר ℓ מקביל לישר AC.

נתון גם כי $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר $x = -2$.

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו־ C.

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים ℓ ו־ AC.

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

2. נתונים הישר ℓ והמישור π.

ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.

משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.

m הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של m הישר ℓ אינו מקביל למישור π.

נתון כי הישר ℓ ניצב למישור π וחותך אותו בנקודה A.

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר ℓ ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3. $z = x + yi$ הוא מספר מרוכב (x ו־y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:

$|6 - \bar{z} - 8i|^2 - |10i| = |9 + 12i|$ הוא מעגל.

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו־z_M מייצגים את הנקודות A ו־M, בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו־z_M יש אותו ארגומנט (זווית).

$|z_M| = 2|z_A|$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נתונה סדרה הנדסית $z_1, z_2, z_3, \ldots$.

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A, והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M.

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \overline{z_1} + z_2 \cdot \overline{z_2} + \ldots + z_{10} \cdot \overline{z_{10}}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו $f(x)=g'(x)$ לכל ערך של x.

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב–ה שלפניכם.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$, וקבעו את סוגן.

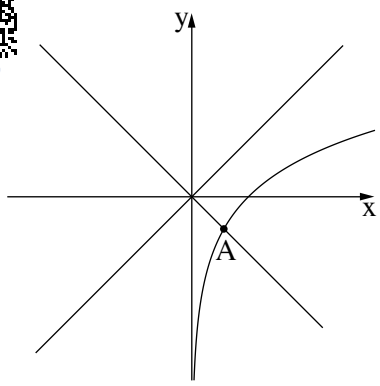
ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקצייה $f(x)$ ושל גרף הפונקצייה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x.

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^2 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4}\right)\cdot\left(\frac{x^2-1}{e^x}\right)dx$.

לפתרון בווידאו

5. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקצייה $f(x)=\ell n(x)$ המוגדרת בתחום $x>0$,



ומתוארים הישרים $y=x$ ו־ $y=-x$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ a.

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א–ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתונה הפונקצייה: $g(x)=\frac{\ell n(x)-x}{\ell n(x)+x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־ x של הפונקצייה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים $0<a<1$.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

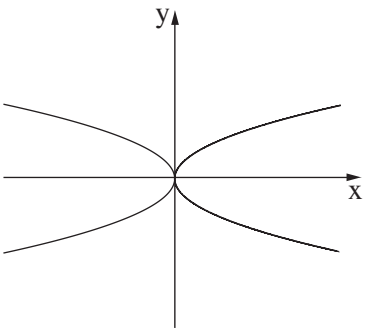
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)=e^{g(x)}$.

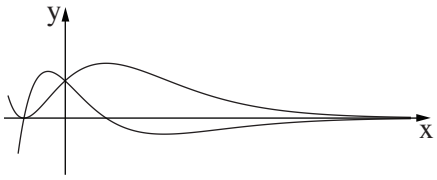
בהצלחה!

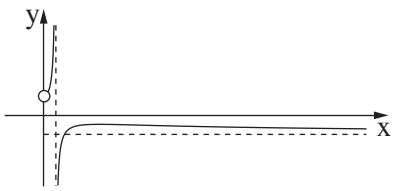
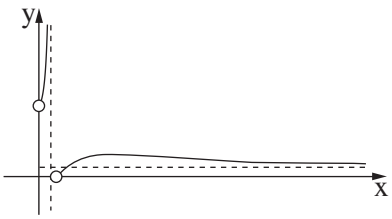
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.1	
א.	$y^2 = 4ax$
ב.	
ג.	הוכחה
ד.	$C(18\,,8)\,,B(-2\,,8)$
ה.	$(1\,,2)$
.2	
א.	להראות
ב.	$m=-5$
ג.	$A(2\,,0\,,-10)$
ד.	לא נכונה
.3	
א.	להראות
ב.	$A(3\,,4)$
ג.	$-\sqrt[4]{2}\,i\,,-\sqrt[4]{2}\,,\sqrt[4]{2}\,i\,,\sqrt[4]{2}$
ד.	1,871.02

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.4	
א.	$a=1$
ב. (1)	$(0\,,1)\,,(-1\,,0)\,,(1\,,0)$
(2)	$(0\,,1)\,,(-1\,,0)$
(3)	נקודות קיצון של הפונקצייה $f(x)$:
	$\max\,(1-\sqrt{2}\,,1.25)$
	$\min\,(1+\sqrt{2}\,,-0.43)$
	נקודות קיצון של הפונקצייה $g(x)$:
	$\min(-1\,,0)\;,\max(1\,,\frac{4}{e})$
ג.	
ד.	$\frac{4}{e}$
ה.	$\frac{e^2}{9}-\frac{e}{4}\approx 0.14$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x > 0 \ , \ x \neq a$
(2)	אין
(3)	$x \to \infty \ , \ y = -1$
ב.	הסבר
ג. (1)	$\max\left(e \ , \frac{1-e}{1+e}\right)$
(2)	תחומי עלייה: $0 < x < a$ $a < x < e$ תחומי ירידה: $e < x$
ד.	
ה.	

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, **מועד ב**
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

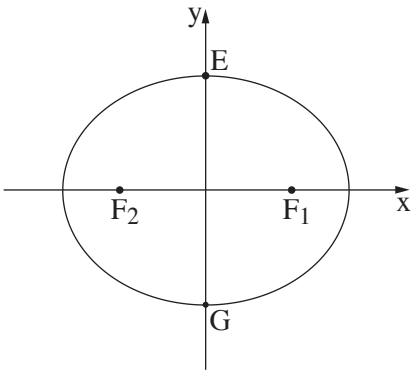
1. נתונות הנקודות $A(0\,,\,24)\,,\,B(18\,,\,0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1{,}250$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 9 יחידות שמאלה ו־ 12 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה־ y בנקודות E ו־ G (E מעל G).

הנקודות F_1 ו־ F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו־ G, כמתואר בסרטוט.



נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו־ GF_2 הוא 24.

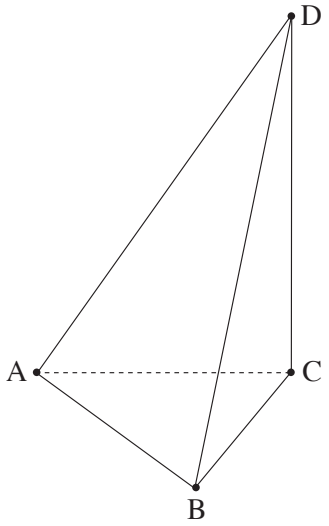
ב. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה F_1.

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1, לציר ה־ x ולציר ה־ y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.

2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.



הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{DF} = \frac{k}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + k \cdot \overrightarrow{DC}$, k הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־k את $\overrightarrow{EF}$.

נתון: $\overrightarrow{EF}$ מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k.

נתון: $A(0,0,0)$, $C(0,n,0)$, $B(p,3,0)$, n ו־p הם פרמטרים חיוביים.

$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$, $\overrightarrow{BD} = (-4,5,12)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B , C ו־D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית $z_1, z_2, z_3, \ldots$ שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q.

z_1 נמצא ברביע הראשון.

נתון: $(z_1)^3 = z_3$

$-2z_1 = \overline{z_3}$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1.

ענו על הסעיפים ג–ד עבור: $q = z_1$.

z_{4n} ו־z_{4n-2} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ג. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \ldots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

לפתרון בווידאו

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{\ell n(x)+\ell n(a)}{\ell n(x)-\ell n(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ־ 1 .

בסעיפים א–ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x)=f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x>a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=\ell n\big(f(x)\big)$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=2$ ו־ $x=5$.

נתון: $1<a<2$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_{2}^{5}\ell n\big(2\cdot f(x)\big)dx$.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x}{e^x-4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו־ $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x=\ell n5$ ו־ $x=\ell n8$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $s(x)=\int_{x}^{\ell n3}\big(f(t)-g(t)\big)dt$, המוגדרת בתחום $x<\ell n3$.

ד. מצאו את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

בהצלחה!

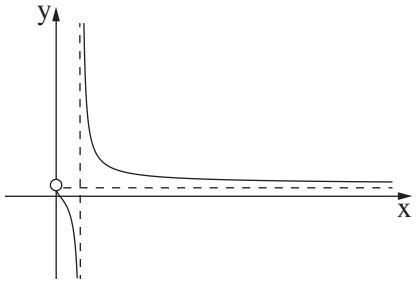
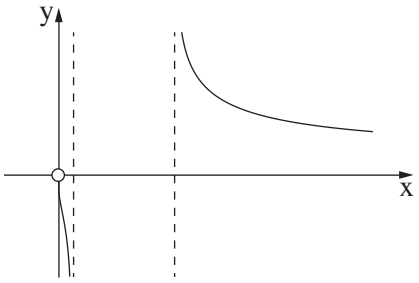
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

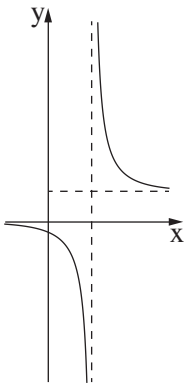
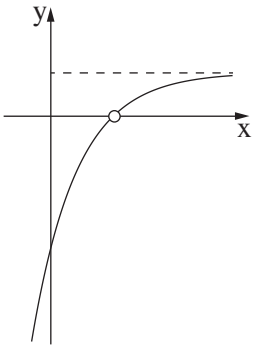
משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$(x-9)^2+(y-12)^2=400$
ב. (1)	$F_1(15\,,\,0)$
(2)	$\frac{x^2}{625}+\frac{y^2}{400}=1$
ג.	יש לרשום שתי תשובות מן התשובות האלה: $(x-5)^2+(y-5)^2=25$ $(x-30)^2+(y-30)^2=900$ $(x-10)^2+(y+10)^2=100$ $(x+15)^2+(y-15)^2=225$
2.	
א.	$\overrightarrow{EF}=\left(\frac{1}{2}-\frac{k}{2}\right)\underline{v}+\frac{k}{2}\underline{u}+\left(\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}k\right)\underline{w}$
ב.	$k=\frac{1}{3}$
ג.	$B(4\,,\,3\,,\,0)$, $C(0\,,\,8\,,\,0)$, $D(0\,,\,8\,,\,12)$
ד.	64
ה.	מצטלבים
3.	
א.	הוכחה
ב.	$z_1=\sqrt{2}\,\text{cis}45^o$
ג.	z_{4n} ממשי z_{4n-2} מדומה
ד.	0

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x\neq a\ ,\ 0<x$
(2)	$x=a$
(3)	$x\to\infty\quad y=1$ $\left(\frac{1}{a}\,,\,0\right)$
(4)	$a<x\ ,\ 0<x<a$
(5)	
ב.	לא נכונה
ג. (1)	$a<x\ ,\ 0<x<\frac{1}{a}$
(2)	
ד.	$3\ell n2+S$

מספר השאלה		התשובה הנכונה
5.		
א.	(1)	$x \neq \ell n4$
	(2)	$x = \ell n4$
		$x \to \infty \quad y = 1$
		$x \to -\infty \quad y = 0$
	(3)	תחומי עלייה: אין
		תחום ירידה: $x < \ell n4 \ , \ x > \ell n4$
	(4)	
ב.	(1)	$x \to \infty \quad y = 1$
	(2)	
	(3)	$\frac{3}{10}$
ג.		$(\ell n2 \ , -1)$
ד.		$\min \ , \ x = \ell n2$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים


לפתרון בווידאו

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{144-4k^2}=1$, $0<k<6$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו־ F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1=10k$.

ב. **(1)** הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

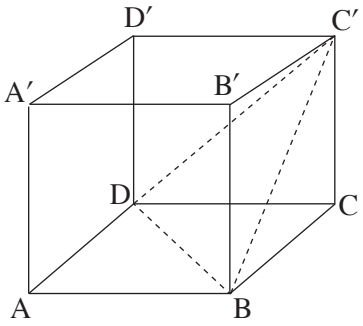
AF_1 הוא קוטר במעגל. הישר שמשוואתו $5x+12y=138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCDA'B'C'D'$.



נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. **(1)** הביעו את הווקטור $\overrightarrow{CE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו־ A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0,0,0)$, $C(3,4,0)$, $A(4,n,p)$, n ו־ p הם פרמטרים.

שיעור ה־ z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה A, והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z=0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C'.

ℓ הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ.

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר ℓ ואינו חותך את ציר ה־ x.

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0.

הנקודות A, B ו־ C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $di \cdot z_0$ ו־ $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d.

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2}\right)(1+i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w.

נתון כי המספר w^n (n הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC.

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n.

לפתרון בווידאו

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=(e^x-1)^n-4$, המוגדרת לכל x. n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל־ 2.
ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי־זוגי.

א. **(1)** מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על הסעיפים ב–ג עבור $n=2$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=3e^x-7$, המוגדרת לכל x.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x.

ג. **(1)** כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב־ 3 נקודות.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\ell n(x)+\frac{1}{x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=(x+1)(1-\ell n(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x.

(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה $\cup$ ואת תחום הקעירות כלפי מטה $\cap$ של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=\frac{1}{x}\cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e$ ו־ $x=1$.

בהצלחה!

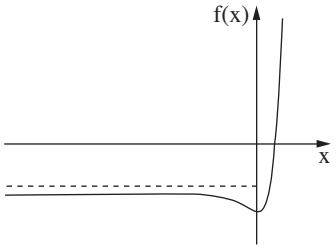
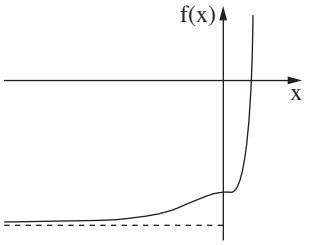
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

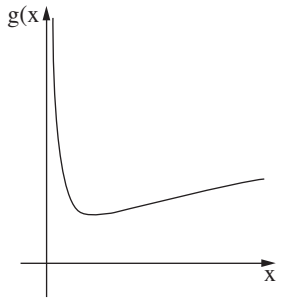
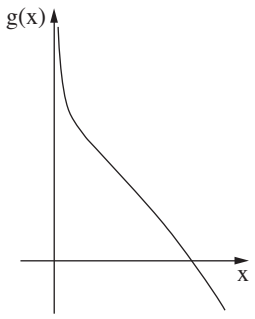
משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$F_2(-2k\,,\,0)\ ,\ F_1(2k\,,\,0)$
ב. (1)	$x=-2k$
(2)	$A(8k\,,\,8k)$
ג.	$k=1$
ד.	קטן
2.	
א.	הוכחה
ב. (1)	$-\frac{1}{3}\underline{u}-\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$
(2)	הוכחה
ג. (1)	$A(4\,,\,-3\,,\,0)$
(2)	$C'(3,4,5)$
ד.	לדוגמה: $(7\,,1\,,0)+t(4\,,-3\,,-5)$
ה.	לדוגמה: $(7\,,1\,,0)+m(4\,,-3\,,-5)+s(1,0,0)$
3.	
א.	$z_0=\text{cis}\,300^o=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
ב.	$d=6$
ג.	$\alpha=315^o\ ,\ \lvert w\rvert=\sqrt{6}$
ד.	$n=6$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	n זוגי: $x\longrightarrow-\infty\quad y=-3$
	n אי־זוגי: $x\longrightarrow-\infty\quad y=-5$
(2)	n זוגי: $\min(0\,,-4)$
	n אי־זוגי: אין נקודת קיצון
(3)	n זוגי:
	
	n אי־זוגי:
	
ב. (1)	$(\ell n4\,,\,5)\ ,\ (0\,,-4)$
(2)	~ 1.95
ג. (1)	2 נקודות: $\max(0\,,4)\ ,\ \min(\ell n3\,,0)$
(2)	$3<k<4$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x > 0$
(2)	$\min(1,1)$
(3)	
ב. (1)	$(e,0)$
(2)	תחום עלייה: אין תחום ירידה: $x > 0$
(3)	תחום קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$ תחום קעירות כלפי מטה: $x > 1$
(4)	
ג.	$\frac{2}{3} - \frac{1}{e} \approx 1.13$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b^2}=1$, b הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה־ x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה־ y ב־ D_1 ו־ D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב־ F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב־ F_2 .

נתון כי המרובע $F_1D_1F_2D_2$ הוא ריבוע.

א. **(1)** מצאו את הערך של b .

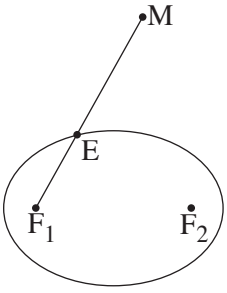
(2) חשבו את שטח הריבוע $F_1D_1F_2D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2=4.5$, וענו על הסעיפים ב–ד.

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM=EF_2$.



ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב־ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

מכפילים ב־ $\frac{2}{3}$ את שיעור ה־ y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקודיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה־ x , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.

2. נתונים שני מישורים, π_1 ו־ π_2 :

$$\pi_1: \ (k+2)x+y+(k+1)z+11=0$$

$$\pi_2: \ (k+1)x+y+z-5=0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \ \underline{x}=(1,2,-1)+m(-1,k,k)$.

ב. **(1)** מצאו את הערך של k .

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו־ π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור [yz] .

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של ציר ה־ y עם המישורים π_1 ו־ π_2 בהתאמה.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות A , P , ו־ B .

(2) מצאו את שטח המשולש APB .

3. נתונה משוואה I : $w^6=-27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I .

לפתרון בווידאו

נתונה משוואה II : $\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6=-27$, z הוא מספר מרוכב.

ב. **(1)** היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II .

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל, ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. **(1)** מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2e^{2x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

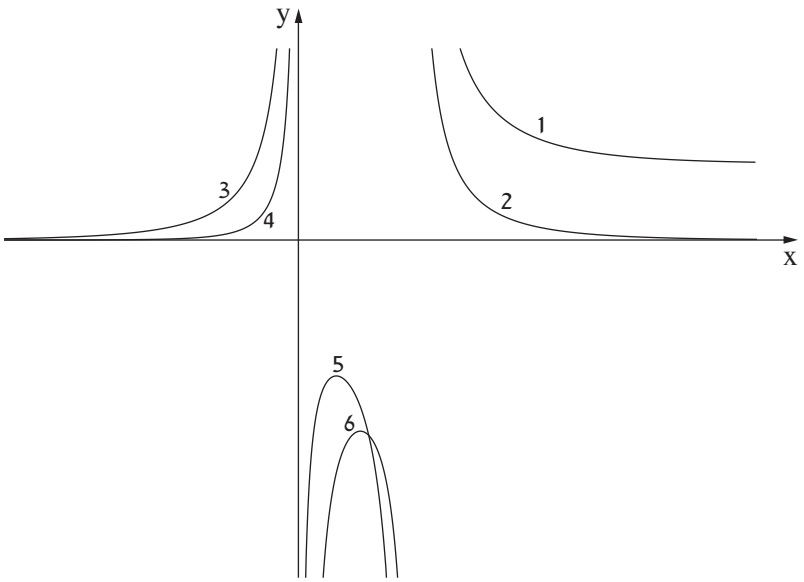
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{5e^{x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I–II . קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו <u>ללא חישוב</u>.

I. $\int_{-4}^{-1}(f(x)-g(x))\,dx$ **II.** $\int_{\ell n\frac{8}{5}}^{\ell n2}(f(x)-g(x))\,dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ ובין הישרים $x=\ell n9$ ו־ $x=\ell n16$.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=4x(\ell n(x^2)-1)$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו־ $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.

ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

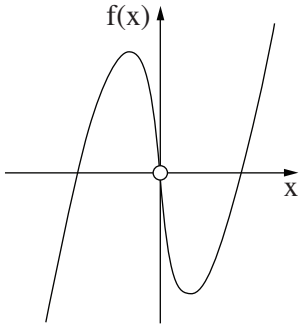
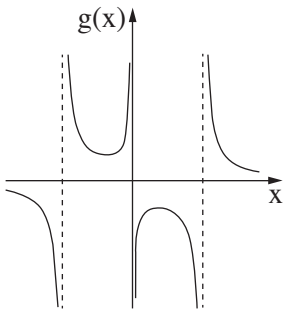
<u>פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, חורף תשפ"ג, 2023</u>

יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א. (1)	$b=\frac{3}{\sqrt{2}}=\sqrt{4.5}$
(2)	9
ב.	יש להוכיח שהמקום הגאומטרי הוא מעגל. $(x+\sqrt{4.5})^2+y^2=36$
ג.	אליפסה $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$
ד.	24
2.	
א.	יש להסביר
ב. (1)	$k=1$
(2)	לדוגמה: $(0,21,-16)+t(-1,1,1)$
(3)	10.89^o
ג. (1)	$p(0,21,-16)$ $A(0,-11,0), B(0,5,0)$
(2)	128

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$w_1=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(30^o)$ $w_2=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(90^o)$ $w_3=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(150^o)$ $w_4=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(210^o)$ $w_5=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(270^o)$ $w_6=\sqrt{3}\cdot\text{cis}(330^o)$
ב. (1)	$z_1=\frac{3}{2}$, $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $z_3=-\frac{3}{2}$, $z_4=-\frac{3}{2}-\sqrt{3}i$ $z_5=-\frac{3\sqrt{3}}{2}i$, $z_6=\frac{3}{2}-\sqrt{3}i$
(2)	יש להסביר $x^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$
(3)	יש להוכיח
ג. (1)	דלתון יש לנמק
(2)	$\frac{3}{2}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x \neq 0,\quad x \neq \ell n4$
(2)	$x = 0,\quad x = \ell n4,\quad \underset{x\to-\infty}{y = 0},\ \underset{x\to\infty}{y = 2}$
(3)	תחומי עלייה: $x < 0,\quad 0 < x < \ell n\frac{8}{5}$ תחומי ירידה: $\ell n\frac{8}{5} < x < \ell n4,\quad \ell n4 < x$
ב.	$(\ell n\frac{5}{2}, -\frac{50}{9})$
ג.	הפונקצייה $f(x)$: חלקים 1, 4, 5 הפונקצייה $g(x)$: חלקים 2, 3, 6
ד.	ביטוי I: שלילי ביטוי II: חיובי
ה.	$\ell n(4.5) \approx 1.5$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x \neq 0$
(2)	$(-\sqrt{e}, 0), (\sqrt{e}, 0)$
(3)	יש להוכיח
ב. (1)	מקסימום: $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}})$ מינימום: $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}})$
(2)	אין נקודת פיתול
(3)	
ג. (1)	$x \neq -\sqrt{e},\ x \neq 0,\ x \neq \sqrt{e}$
(2)	$x = -\sqrt{e},\ x = 0,\ x = \sqrt{e}$ $y = 0$
(3)	
(4)	6 נקודות
ד.	לדוגמה: $G(x) = \frac{\ell n\left\lvert \ell n(x^2) - 1\right\rvert}{8}$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את <u>כל</u> הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות $A(-5,3)$ ו־ $B(0,-2)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה־ x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M.

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב־ F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה־ x עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו־ T, ואת המעגל M בנקודות K ו־ L.

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה $OABC$ שבסיסה משולש ABC.

נסמן: $\overrightarrow{OA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{OB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{OC}=\underline{w}$.

נתון: $\sphericalangle AOB=\sphericalangle BOC=\sphericalangle COA=90^o$, $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|$.

הנקודה H מקיימת $\overrightarrow{OH}=t\underline{u}+s\underline{v}+k\underline{w}$. s,t ו־k הם פרמטרים.

נתון כי $\overrightarrow{OH}$ מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו כי $t=s=k$.

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$, את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ שבעבורו נפח הפירמידה $PABC$ כפול מנפח הפירמידה $OABC$ (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה $OABC$ במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה־x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה־y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה־z.

נתון: $|\underline{u}|=a$.

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה $OABC$ הוא $20\frac{5}{6}$. חשבו את a.

/המשך בעמוד 4/

לפתרון בווידאו

3. המספר $z = R(\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון: $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

א. מצאו את α.

נתון: $\left|\frac{z}{\bar{z}}\right| - \left|\frac{\bar{z}}{i}\right| + |2iz| = 8$.

ב. מצאו את R.

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{\bar{z}}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו־C מתאימים למספרים: $\frac{z}{\bar{z}}$ ו־$\frac{\bar{z}}{z}$.
קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

/המשך בעמוד 5/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^2e^{a-x^3}$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה־ x הוא $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ $\left(g'(x)=f(x)\right)$.

ד. **(1)** מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב־ B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה־ y של הנקודה B הוא $\frac{e-\sqrt[3]{e}}{3}$.

ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

/המשך בעמוד 6

לפתרון בווידאו

5. נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקציה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקציה היא אי־זוגית, הישר $y=0$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה, ולפונקציה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1,-a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=\ell n\left(f(x)\right)$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקציה $h(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

נתון: $f(x)=\dfrac{4x}{1+x^2}$.

$g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x)=f(x)$ וגם: $g(0)=0$.

ג. **(1)** מצאו את הפונקציה $g(x)$.

(2) האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^{t} g(x)\,dx$, $t>-5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $\int_{-5}^{t} g(x)\,dx=\int_{-5}^{5} g(x)\,dx\cdot 2$? נמקו.

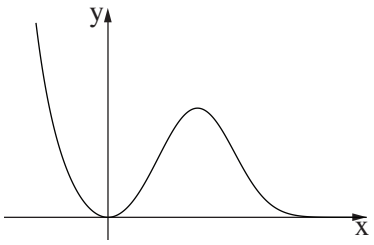
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

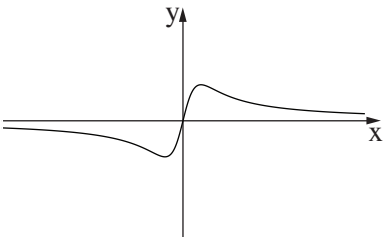
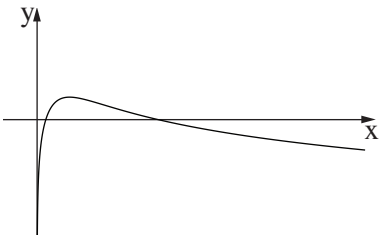
משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ב, מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$x-y+3=0$
ב.	$M(0,3)$
	$R=5$
ג.	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$
ד.	$\frac{5}{3}$
2.	
א.	להוכיח
ב.	להוכיח ולהסביר
ג.	$\overrightarrow{OP_1}=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$
	$\overrightarrow{OP_2}=-\frac{1}{3}\underline{u}-\frac{1}{3}\underline{v}-\frac{1}{3}\underline{w}$
ד.	$\ell=t(1,1,1)$
ה.	$x+y+z-a=0$
ו.	$a=5$
3.	
א.	$\alpha=240^o$
ב.	$R=3$
ג.	להראות
ד. (1)	$k=\frac{3\sqrt{3}}{2}i$
(2)	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$x\neq 0$
(2)	מינימום: $x=0$
	מקסימום: $x=\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\approx 0.87$
ב.	$a=1$
ג.	
ד. (1)	כל x
(2)	2 נקודות
ה.	$g(x)=\frac{e-e^{1-x^3}}{3}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	
ב. (1)	$x > 0$
(2)	$x = 0$
(3)	$a > 1$
(4)	
ג. (1)	$g(x) = 2\ell n(1 + x^2)$
(2)	זוגית
ד.	$t = 0$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את <u>כל</u> הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.

מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x-a)^2+y^2=r^2$, a הוא פרמטר חיובי.

מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x-13)^2+y^2=R^2$.

אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9 , והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $r<R$, $1:2$.

א. מִצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M .

נתון כי $a<13$.

ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.

ג. מִצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.

ד. הישר $mx-y+n=0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מִצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).

נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.

משוואות המעגלים הן: $(x-t)^2+y^2=r^2$; $(x-k)^2+y^2=R^2$, t ו־ k הם פרמטרים.

ערכי הרדיוסים r ו־ R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.

ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?

אם כן – מִצאו את t ואת k . אם לא – נַמקו.

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4,p,-1)$, $B(7,5,5)$, $C(1,-1,2)$, $D(-2,5,-4)$,

p הוא פרמטר.

לפתרון בווידאו

א. מִצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חַשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x} = (0,-4,1) + t(1,3,1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81 .

ד. מִצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מִצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

לפתרון בווידאו

א. מִצאו את משוואת המעגל.

חוסמים בַּמעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חַשבו את שטח הריבוע.

ג. מִצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב־ $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב־ $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 30^o) + i\sin(\alpha + 30^o))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו־ r_2 חיוביים, $r_1 \neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נַמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי $\sqrt{3}$ משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חַשבו את $r_1 \cdot r_2$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x.

א. **(1)** מִצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ y (אם יש כאלה).

(2) מִצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

(3) מִצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x - x}$ המוגדרת לכל x.

ב. **(1)** מִצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה־ y.

(2) מִצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$.

ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומִצאו כמה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נַמקו את התשובה.

ד. סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. חַשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x = -1$.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ell n(x^2 - 8)$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקִבעו את סוגה.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

ב. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) סַרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ג. **(1)** מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקִבעו את סוגה.

(2) מְצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.

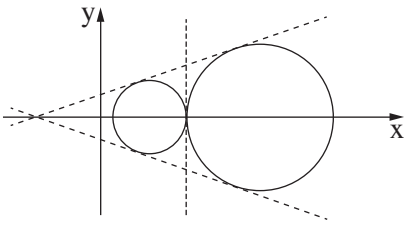
ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = -4$ ו־ $x = -5$.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה א, קיץ תשפ"ב</u>

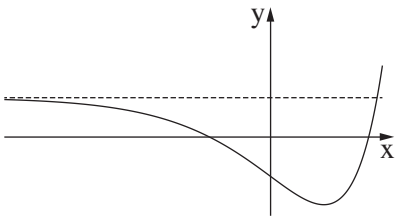
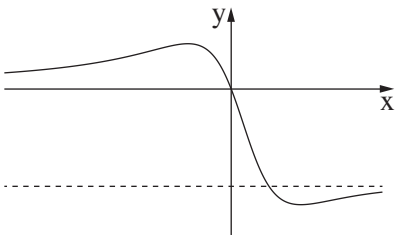
יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק.

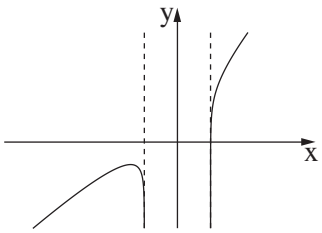
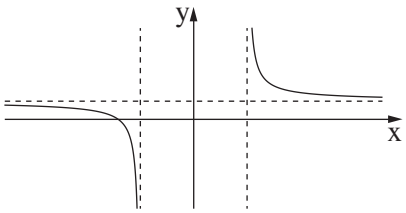
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	משוואת המעגל שמרכזו N : $(x-13)^2+y^2=36$ משוואת המעגל שמרכזו M : $(x-4)^2+y^2=9$ $(x-22)^2+y^2=9$
ב.	
ג.	$x=7$
ד.	$m_1=\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_1=\frac{5}{\sqrt{8}}$ $m_2=-\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_2=-\frac{5}{\sqrt{8}}$
ה.	$t=-14\quad,\quad k=-23$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
2.	
א.	$2x-y-2z+1=0$
ב.	$p=11$
ג.	להוכיח
ד.	$(-2\ ,\ -10\ ,\ -1)$ $(4\ ,\ 8\ ,\ 5)$ $\sim 72.5^o$
3.	
א.	$x^2+y^2=10$
ב.	20
ג.	$(-3,-1),(-1,3),(1,-3)$
ד.	מקבילית, להסביר
ה.	2

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$\underbrace{y=1}_{x\to-\infty}$
(2)	$(0\ ,-1)$
(3)	תחומי עלייה: $1<x$ תחומי ירידה: $x<1$
(4)	
ב. (1)	$\underbrace{y=0}_{x\to-\infty}\quad,\quad\underbrace{y=-1}_{x\to+\infty}$
(2)	$(0\ ,0)$
(3)	להוכיח
ג.	נקודת מינימום אחת נקודת מקסימום אחת
ד.	
ה.	$\ell n\frac{e+1}{e}\approx 0.31$

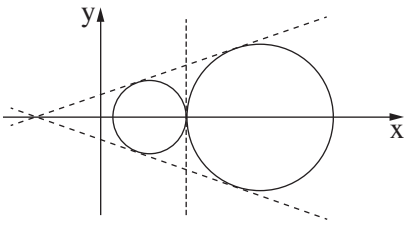
מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x<-\sqrt{8}\ ,\ \sqrt{8}<x$
(2)	$x=-\sqrt{8}\ ,\ x=\sqrt{8}$
(3)	מקסימום: $(-4\ ,-1.92)$
(4)	
ב. (1)	$x<-\sqrt{8}\ ,\ \sqrt{8}<x$
(2)	$x=-\sqrt{8}\ ,\ x=\sqrt{8}\ ,\ y=1$
(3)	$(-4\ ,\ 0)$
(4)	
ג. (1)	מקסימום $(-4\ ,\ 0.147)$
(2)	תחומי עלייה: $x<-4\ ,\ \sqrt{8}<x$ תחומי ירידה: $-4<x<-\sqrt{8}$
ד.	~ 0.032

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה ב, קיץ תשפ"ב</u>

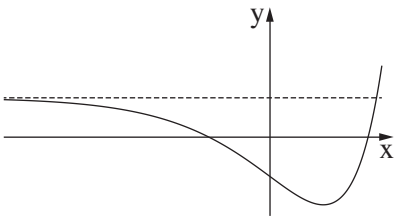
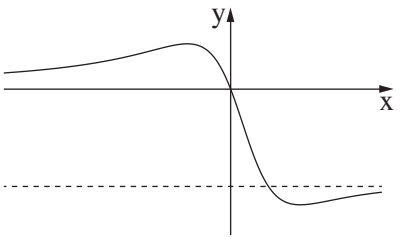
יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק.

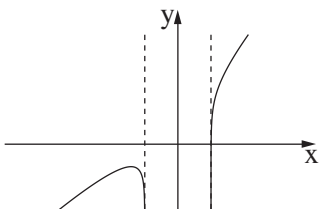
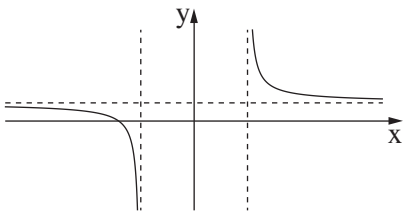
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	משוואת המעגל שמרכזו N : $(x-14)^2+y^2=36$ משוואת המעגל שמרכזו M : $(x-5)^2+y^2=9$ $(x-23)^2+y^2=9$
ב.	
ג.	$x=8$
ד.	$m_1=\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_1=\frac{4}{\sqrt{8}}$ $m_2=-\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_2=-\frac{4}{\sqrt{8}}$
ה.	$t=-13\quad,\quad k=-22$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
2.	
א.	$2x-y-2z+1=0$
ב.	$p=11$
ג.	להוכיח
ד.	$(-2\ ,\ -10\ ,\ -1)$ $(4\ ,\ 8\ ,\ 5)$ $\sim 72.5^o$
3.	
א.	$x^2+y^2=10$
ב.	20
ג.	$(-3,-1),(-1,3),(1,-3)$
ד.	מקבילית, להסביר
ה.	2.8

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$\underbrace{y=1}_{x\to-\infty}$
(2)	$(0\ ,-1)$
(3)	תחומי עלייה: $1<x$ תחומי ירידה: $x<1$
(4)	
ב. (1)	$\underbrace{y=0}_{x\to-\infty}$, $\underbrace{y=-1}_{x\to+\infty}$
(2)	$(0\ ,0)$
(3)	להוכיח
ג.	נקודת מינימום אחת נקודת מקסימום אחת
ד.	
ה.	$\ell n\frac{e+1}{e}\approx 0.31$

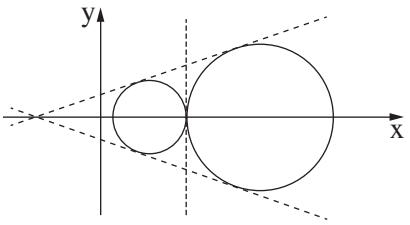
מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x<-\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3}<x$
(2)	$x=-\sqrt{3}\ ,\ x=\sqrt{3}$
(3)	מקסימום: $(-3\ ,-1.21)$
(4)	
ב. (1)	$x<-\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3}<x$
(2)	$x=-\sqrt{3}\ ,\ x=\sqrt{3}\ ,\ y=1$
(3)	$(-3\ ,\ 0)$
(4)	
ג. (1)	מקסימום $(-3\ ,\ 0.3)$
(2)	תחומי עלייה: $x<-3\ ,\ \sqrt{3}<x$ תחומי ירידה: $-3<x<-\sqrt{3}$
ד.	~ 0.06

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה ג, קיץ תשפ"ב</u>

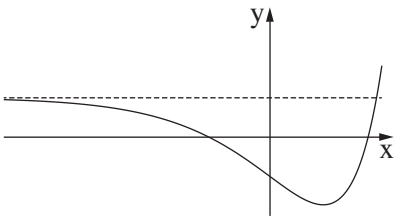
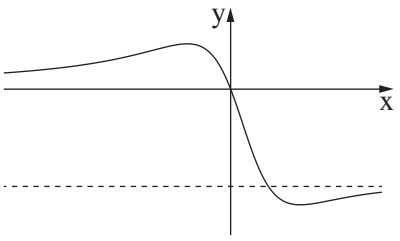
יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה <u>אחת</u> מכל פרק.

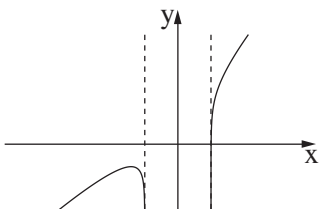
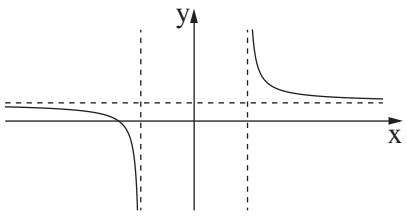
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	משוואת המעגל שמרכזו N : $(x-15)^2+y^2=36$ משוואת המעגל שמרכזו M : $(x-6)^2+y^2=9$ $(x-24)^2+y^2=9$
ב.	
ג.	$x=9$
ד.	$m_1=\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_1=\frac{3}{\sqrt{8}}$ $m_2=-\frac{1}{\sqrt{8}}\quad,\quad n_2=-\frac{3}{\sqrt{8}}$
ה.	$t=-12\quad,\quad k=-21$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
2.	
א.	$2x-y-2z+1=0$
ב.	$p=11$
ג.	להוכיח
ד.	$(-2\ ,\ -10\ ,\ -1)$ $(4\ ,\ 8\ ,\ 5)$ $\sim 72.5^o$
3.	
א.	$x^2+y^2=10$
ב.	20
ג.	$(-3,-1),(-1,3),(1,-3)$
ד.	מקבילית, להסביר
ה.	2.4

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$\underbrace{y=1}_{x\to-\infty}$
(2)	$(0\ ,-1)$
(3)	תחומי עלייה: $1<x$ תחומי ירידה: $x<1$
(4)	
ב. (1)	$\underbrace{y=0}_{x\to-\infty}$, $\underbrace{y=-1}_{x\to+\infty}$
(2)	$(0\ ,0)$
(3)	להוכיח
ג.	נקודת מינימום אחת נקודת מקסימום אחת
ד.	
ה.	$\ell n\frac{e+1}{e}\approx 0.31$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x<-\sqrt{15}\ ,\ \sqrt{15}<x$
(2)	$x=-\sqrt{15}\ ,\ x=\sqrt{15}$
(3)	מקסימום: $(-5\ ,-2.7)$
(4)	
ב. (1)	$x<-\sqrt{15}\ ,\ \sqrt{15}<x$
(2)	$x=-\sqrt{15}\ ,\ x=\sqrt{15}\ ,\ y=1$
(3)	$(-5\ ,\ 0)$
(4)	
ג. (1)	מקסימום $(-5\ ,\ 0.067)$
(2)	תחומי עלייה: $x<-5\ ,\ \sqrt{15}<x$ תחומי ירידה: $-5<x<-\sqrt{15}$
ד.	~ 0.015

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC.

הצלע AB נמצאת על הישר $2x+y-13=0$ והצלע AC נמצאת על הישר $-x+2y+4=0$.

מרכז המעגל M נמצא על הישר $y=x-1$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC.

א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC.

נתון כי הישר BM מאונך לציר ה־ x.

ב. מצא את משוואת הצלע BC.

ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

לפתרון בווידאו

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$, שבסיסה הוא מעוין ABCD (ראה סרטוט).

נקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש: $\overrightarrow{D'F}=t\overrightarrow{D'A}+\frac{1}{4}\overrightarrow{D'C}$,

t הוא פרמטר.

נתון: DF מאונך למישור ACD', $\sphericalangle ADC=120^o$, $\left|\overrightarrow{DC}\right|=4$.

נסמן: $\overrightarrow{DD'}=\underline{w}$, $\overrightarrow{DC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{DA}=\underline{u}$.

א. בטא את $\overrightarrow{DF}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו־ t.

ב. מצא את t.

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x,
הקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z, $C=(-2,\sqrt{12},0)$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

3. א. פתור את המשוואה: $(z+i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}\,i = 0$, z הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב־a_1 וב־a_2 כך ש־$a_1 < a_2$.

נתונים שני מקומות גאומטריים:

I. $|z - ia_1| = \sqrt{3}$

II. $|z - ia_2| = \sqrt{3}$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר $y = x$ נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים w_1 ו־w_2 .

ג. פתור את המשוואה: $z^3 = w_1 \cdot \overline{w_1} \cdot w_2 \cdot \overline{w_2}$, z הוא מספר מרוכב.

/המשך בעמוד 4

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{ax}{\ell n(x)-a}$, $a>0$ הוא פרמטר.

בסעיפים א–ב, בטא את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ב. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך לציר ה־ x העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x=e^{a+2}$ ועל ידי ציר ה־ x , הוא 3 .

ג. מצא את a .

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=9^{-x}-6\cdot 3^{-x}+m$, m הוא פרמטר.

א. בתת־סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה־ x .

ב. מצא את הערך של הפרמטר m .

ג. **(1)** סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $\ell n\big(f(x)\big)$.

ד. הסבר מדוע: $\int_0^1 [\ell n(f(x))-\ell n\,(4)]dx<\ell n\left(\frac{9}{4}\right)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
	סך הכול	—	— 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/ המשך מעבר לדף /

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1–3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. הנקודה $(t\,,0)$ היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית. t הוא פרמטר חיובי.
אורך הציר הראשי של האליפסה הוא $4t$.
בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות t, אם יש צורך.

א. מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו־B. הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.

ישר המאונך לציר ה־x, עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות, C ו־D.
הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.

ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו־D.

ד. **(1)** הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו־D נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

לפתרון בווידאו

2. נתונים שני מישורים: $\pi_1 : z-3=0$, $\pi_2 : ay+z-8=0$. a הוא פרמטר שונה מ־0.
הזווית בין המישורים היא 45°.

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a.

הנקודה $A(2\,,-2{,}6)$ נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.
האנך חותך את המישור האחר בנקודה B.

ב. מצא את אורך הקטע AB.

ℓ הוא ישר החיתוך בין שני המישורים π_1 ו־π_2.

ג. מצא את ההצגה הפרמטרית של ℓ.

מן הנקודה B העבירו אנך לישר ℓ. האנך חותך את הישר ℓ בנקודה C.

ד. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)\,i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)\,i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים z_1 ו־z_2 צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב–ג.

נתונים המספרים: $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר w_1 הוא מספר ממשי.

(2) המספר w_2 הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה: $|z - p| = m$. p ו־m הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו־m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים w_1 ו־w_2 לכל n טבעי? נמק.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4–5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}+m}{4}$. m הוא פרמטר.

ידוע כי הישר $y=-1$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את m .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}+1$.

ג. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון פרמטר t בתחום $0<t<\ell n4$.

ה. מצא את הערך של t שבעבורו ערך הביטוי $\int_{0}^{t}g(x)\,dx$ הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{(\ell n(x))^2}{(\ell n(x))^2-1}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

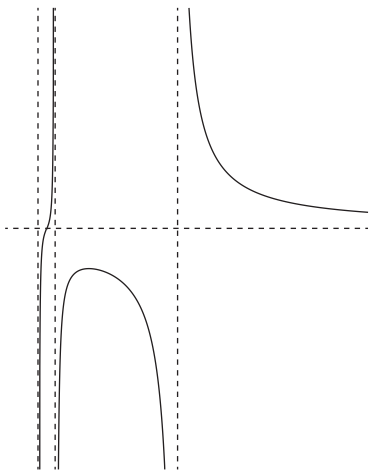
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. לפניך שלושה גרפים שבהם <u>לא מסומנים</u> הצירים x ו־y . הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת.

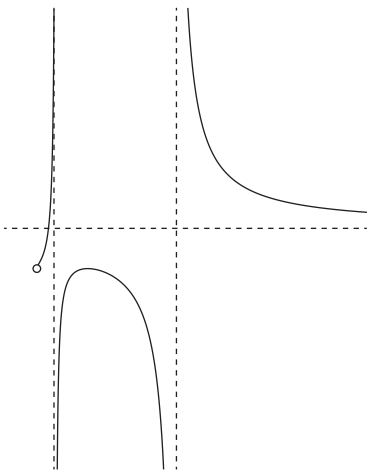
קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$, העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים.

פרט את שיקוליך.

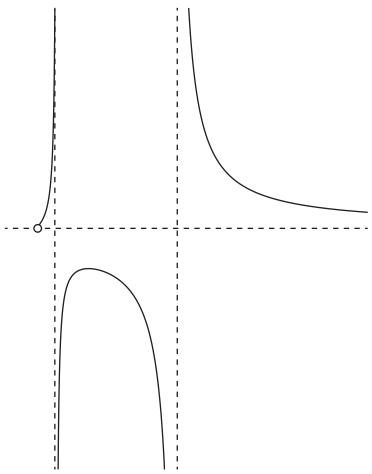
גרף א



גרף ב



גרף ג



ג. **(1)** האם יש פתרון למשוואה $f(x)=1$? נמק את תשובתך.

(2) מהו הערך של k שבעבורו יש למשוואה $f(x)=k$ פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות: $h(x)=(\ell n(x))^2+1$, $g(x)=\frac{1}{f(x)-1}$.

נסמן מלבן $ABCD$. הנקודות A ו־B הן שתי נקודות על ציר ה־x שבהן הפונקציה $g(x)$ אינה מוגדרת.

הנקודות C ו־D נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$.

ד. מהו שטח המלבן $ABCD$? נמק את תשובתך.

בהצלחה!

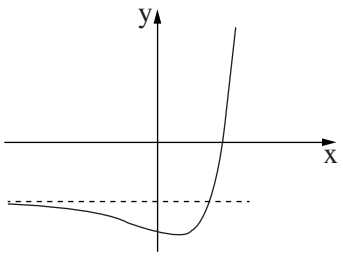
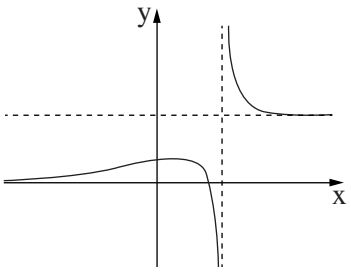
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

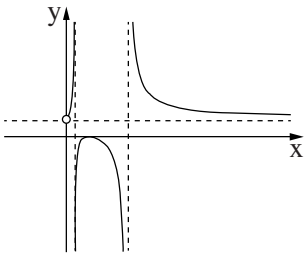
משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תשפ"ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.1	
א.	$y^2 = 4tx$
	$\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$
ב.	$A(-t, 1.5t)$
	$B(-t, -1.5t)$
ג.	$C(t, 2t)$
	$D(t, -2t)$
ד. (1)	הסבר
(2)	$\left(\frac{7}{16}t, 0\right)$
.2	
א.	$a = \pm 1$
ב.	3
ג.	$(0, -5, 3) + t(1, 0, 0)$
ד.	4.5
.3	
א.	$a = -1$
ב. (1)	הוכחה
(2)	הוכחה
ג.	$p = 0, m = 1$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
.4	
א. (1)	כל x
(2)	$m = -4$
(3)	$(0, -1.5), (\ell n4, 0)$
(4)	מינימום: $\left(\ell n1.5, -\frac{25}{16}\right)$
ב.	
ג. (1)	$x \neq \ell n4$
(2)	$x = \ell n4, \underbrace{y = 0}_{x \to -\infty}, \underbrace{y = 1}_{x \to +\infty}$
ד.	
ה.	$t = \ell n3$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$0<x<\frac{1}{e}\ ,\ \frac{1}{e}<x<e\ ,\ e<x$
(2)	$x=\frac{1}{e}\ ,\ x=e\ ,\ \underbrace{y=1}_{x\to\infty}$
(3)	עלייה: $0<x<\frac{1}{e}\ ,\ \frac{1}{e}<x<1$ ירידה: $1<x<e\ ,\ e<x$
ב.	גרף ג 
ג. (1)	אין פתרון
(2)	$k=0$
ד.	$2\cdot\left(e-\frac{1}{e}\right)\approx 4.7$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד ב

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים


לפתרון בווידאו

1. לפניך משוואת הפרבולה: $y^2 = 2ax$ ומשוואת המעגל: $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$. a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

דרך שתיים מנקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל עובר ישר ששיפועו חיובי.

ב. מצא את משוואת הישר. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

ממרכז המעגל מעבירים אנך לישר. אורך האנך הוא $2\sqrt{5}$.

ג. **(1)** הבע באמצעות a את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.

(2) מצא את a .

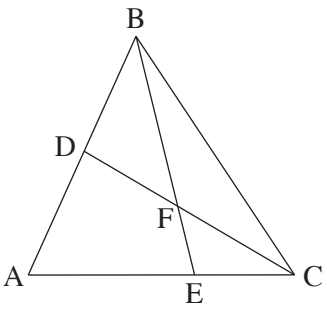
מגדירים מעגל חדש שמרכזו זהה למרכז המעגל הנתון והרדיוס שלו קטן ב־ 2 מרדיוס המעגל הנתון.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שאורך המשיק מהן למעגל החדש שווה למרחק שלהן מן הישר $x = -4$.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתון משולש ABC (ראה סרטוט).



הנקודה D היא אמצע הצלע AB.

הנקודה E מחלקת את הצלע AC ביחס של $AE:EC=2:1$.

הנקודה F היא מפגש הקטעים BE ו־CD.

נסמן: $\overrightarrow{CA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{CB}=\underline{v}$

k ו־t הם מספרים כך ש: $\overrightarrow{BF}=t\cdot\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CF}=k\cdot\overrightarrow{CD}$.

א. מצא את t ואת k.

המשולש ABC נמצא במישור $4x+2y+z-12=0$.

מישור זה חותך את ציר ה־x בנקודה A, את ציר ה־y בנקודה C

ואת ציר ה־z בנקודה B. הנקודה O היא ראשית הצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו־F.

ג. מצא את משוואת המישור AOE.

ד. מצא את נפח הפירמידה FAOE.

לפתרון בווידאו

3. נתונה משוואה I: $z^4-2z^2+4=0$. z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

פתרונות המשוואה מיוצגים על ידי כל הקודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. מצא את שטח המצולע.

נתונה משוואה II: $(a\cdot z^2+b)(z+1)=0$. z הוא מספר מרוכב, a ו־b הם מספרים ממשיים השונים מאפס.

ידוע כי שניים מבין הפתרונות של המשוואה הם מספרים מדומים.

ג. הוכח כי $a\cdot b>0$.

ד. מצא את פתרונות משוואה II. הבע באמצעות a ו־b, אם יש צורך.

ידוע כי הפתרונות המדומים של משוואה II מיוצגים על ידי נקודות הנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים

והרדיוס שלו גדול פי שניים מן הערך המוחלט של פתרונות משוואה I.

ה. מצא את היחס $\frac{b}{a}$.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$ המוגדרת לכל x. $b < 0$ הוא פרמטר.
הבע את תשובותיך באמצעות b, אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נגדיר את הפונקציה: $g(x) = f(x + a)$, a הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון על ציר ה־ y.

ב. **(1)** מצא את a, ובטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות x ו־ b.

(2) האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מצא את שיעור ה־ x של כל אחת מנקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, וקבע את סוגן.

ד. הצב $b = -0.5$, וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים העוברים דרך נקודות הקיצון של $g'(x)$ ומאונכים לציר ה־ x.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=a\cdot x^2-x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

ענה על סעיפים א-ג עבור $a>0$. הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\ell n\big(f(x)\big)$.

ב. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

ג. נתון כי לגרף הפונקציה $g(x)$ יש נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה־ x .

(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את טווח הערכים האפשריים של a שעבורם גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד.

ענה על סעיף ד עבור $a=0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

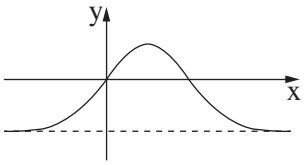
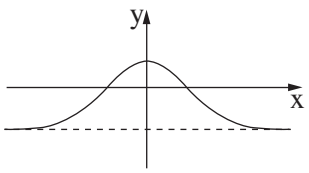
משרד החינוך

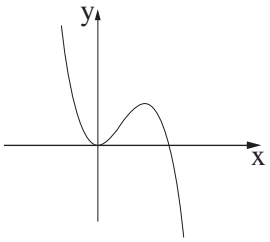
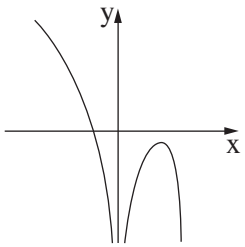
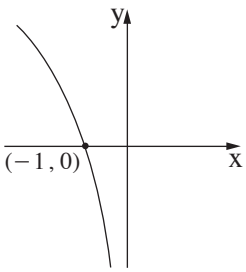
<u>פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשפ"א, מועד ב</u>

יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$(0\,,\,0)$, $(2\,,\,2\sqrt{a})$, $(2\,,\,-2\sqrt{a})$
ב.	$y=\sqrt{a}\,x$
ג. (1)	$R=a+1$ מרכז המעגל: $(a+1\,,\,0)$
(2)	$a=4$
ד.	$y^2=18x$
2.	
א.	$t=\frac{3}{4}\ ,\ k=\frac{1}{2}$
ב.	$E(1\,,\,4\,,\,0)\ ,\ F\left(\frac{3}{4}\,,\,3\,,\,3\right)$
ג.	$z=0$
ד.	6

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$z_1=\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(30^o)$ $z_2=\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(150^o)$ $z_3=\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(210^o)$ $z_4=\sqrt{2}\,\mathrm{cis}(330^o)$
ב.	$2\sqrt{3}$
ג.	הוכחה
ד.	$z_1=-1$, $z_2=\sqrt{\frac{b}{a}}\,i$, $z_3=-\sqrt{\frac{b}{a}}\,i$
ה.	8

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$(0\,,0)\ ,\ (2\,,0)$
(2)	$y=-1$
(3)	מקסימום: $(1\,,e^{-b}-1)$
(4)	
ב. (1)	$a=1$
	$g(x)=e^{bx^2-b}-1$
(2)	זוגית
(3)	
ג.	מקסימום: $x=-\sqrt{-\frac{1}{2b}}$
	מינימום: $x=\sqrt{-\frac{1}{2b}}$
ד.	1.2974

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	חיוביות: $x<0\ ,\ 0<x<a$
	שליליות: $a<x$
(2)	
ב. (1)	$x<0\ ,\ 0<x<a$
(2)	$x=0\ ,\ x=a$
(3)	מקסימום: $\left(\frac{2}{3}a\ ,\ell n\left(\frac{4}{27}a^3\right)\right)$
ג. (1)	
(2)	$0<a<1.89$
ד.	

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד מיוחד

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **מועד מיוחד**, קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתך – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון פרמטר a שונה מאפס.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a\ ,-1)$ שווה למרחק שלהן מן הנקודה $(-a\ ,1)$ הוא קו ישר. הבע את משוואת הישר באמצעות a.

נתון הישר $y=-ax$.

ב. מצא לאֵילו ערכים של a, הישר הנתון והישר שמצאת בסעיף א ניצבים זה לזה.

הישר שמצאת בסעיף א והישר הנתון ניצבים זה לזה ומשיקים לשני מעגלים, M ו־N. מרכזי שני המעגלים מונחים על ציר ה־x, המעגל M נמצא מימין לציר ה־y, והמעגל N נמצא משמאל לציר ה־y.

נתון כי המרחק בין מרכזי המעגלים הוא 6, והרדיוס של המעגל M גדול פי 2 מן הרדיוס של המעגל N.

ג. מצא את המשוואות של המעגלים M ו־N.

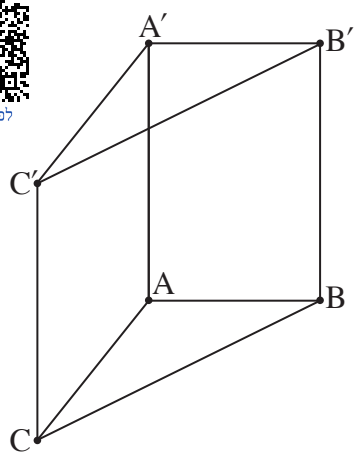
נתון הישר $-x+\sqrt{17}\,y-8=0$. הישר משיק לשני המעגלים M ו־N.

ד. מצא משוואה של ישר המשיק לשני המעגלים, נוסף על הישרים המשיקים המתוארים בשאלה. נמק את תשובתך.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. בסרטוט שלפניך מתוארת מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$,
שהבסיס שלה הוא המשולש ABC.
נתון המספר k שבעבורו: $\overrightarrow{AA'}=(k-1,k-7,k+1)$,
$\overrightarrow{AC}=(k+1,0,k-3)$, $\overrightarrow{AB}=(k-1,k,3)$.



א. מצא את ערכו של k.

המקצועות AC ו־BC מונחים על הישרים ℓ_{AC} ו־ℓ_{BC} בהתאמה:

$$\ell_{AC}:\underline{x}=(8,-1,-1)+t(k+1,0,k-3)$$
$$\ell_{BC}:\underline{x}=(4,0,2)+m(k,-k,-4)$$

ב. מצא את משוואת המישור $A'B'C'$.

ג. חשב את גודל הזווית $C'A'B'$.

ד. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש $A'B'C'$. נמק.

לפתרון בווידאו

3. נתונה משוואה I: $w^2-4iw-4+2i=0$. w הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

נתונה משוואה: $z^3=a+bi$. z הוא מספר מרוכב, a ו־b הם מספרים ממשיים.
ידוע כי אחד מפתרונות משוואה זו מתאים לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדומה, בחלקו השלילי.

ב. אחת מן הטענות 1–3 שלפניך נכונה. קבע איזו ונמק את קביעתך.

1. $a=0\ ,\ b>0$
2. $a<0\ ,\ b=0$
3. $a\neq 0\ ,\ b\neq 0$

נתונה משוואה II: $z^3=2(w_1+w_2)$, w_2 ו־w_1 הם הפתרונות של משוואה I.

ג. פתור את משוואה II.

פתרונות משוואה II מייצגים קודקודים של משולש במישור גאוס.

ד. סרטט את המשולש שהתקבל במישור גאוס.

נתון מספר מדומה $u=di$, d הוא פרמטר ממשי.
מוסיפים את u לכל אחד מן הפתרונות של משוואה II כך שהמספרים שמתקבלים מייצגים משולש חדש.

ה. מצא את הערך של d שבעבורו המעגל החוסם את המשולש החדש עובר דרך ראשית הצירים.
מצא את שתי האפשרויות.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון הישר: $g(x)=a\cdot x$, a הוא פרמטר.

ידוע כי $g(1)=f(1)$.

ג. **(1)** מצא את a .

(2) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הישר $g(x)$.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = x \cdot (\ell n(x))^n$, $n \geq 1$ הוא מספר טבעי.

א. ענה על הסעיפים שלפניך בעבור n זוגי ובעבור n אי־זוגי. אם יש צורך, בטא את תשובותיך באמצעות n.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

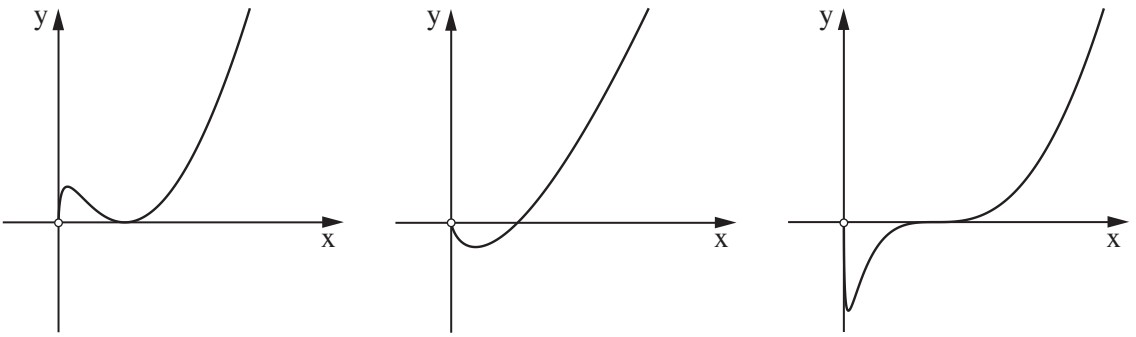
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. כל אחד מן הגרפים א–ג שלפניך מתאר פונקציה במשפחה.

קבע איזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 1$, איזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 2$ ואיזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 3$.

נמק את קביעותיך.



גרף ג **גרף ב** **גרף א**

נתונה הפונקציה: $g(x) = \dfrac{1}{x \cdot (\ell n(x))^2}$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

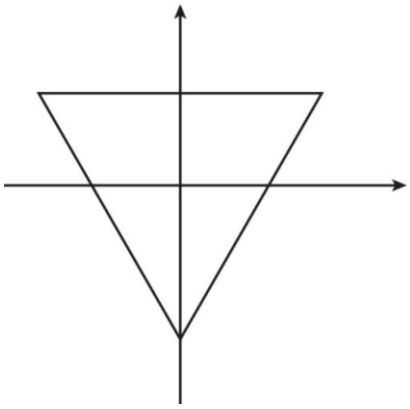
ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = \dfrac{1}{e}$ ו־ $x = \dfrac{1}{e^2}$.

בהצלחה!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

1. א. $y = ax$.
ב. $a = \pm 1$.
ג. $(x-4)^2 + y^2 = 8$, $(x+2)^2 + y^2 = 2$.
ד. $x + \sqrt{17}y + 8 = 0$.

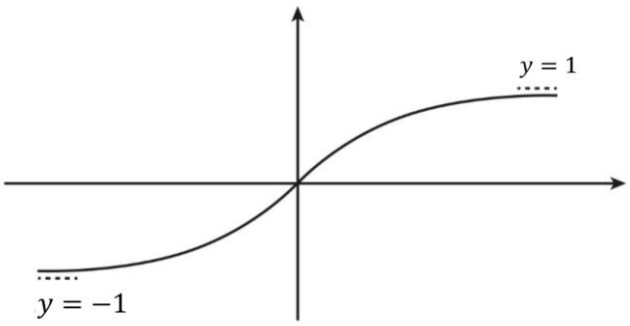
2. א. $k = 2$.
ב. $x - 5y + 3z - 45 = 0$.
ג. $90°$.
ד. $(5, -5, 5)$.

3. א. $1 + i\ , -1 + 3i$.
ב. טענה 1
ג. $2cis30°, 2cis150°, 2cis270°$ או $\sqrt{3} + i\ , -\sqrt{3} + i\ , -2i$.
ד.



ה. $d = 2, d = -2$.

4. א.(1) כל x.
(2) $y = 1$ (כאשר $x \to \infty$) , $y = -1$ (כאשר $x \to -\infty$).
(3) עליה: כל x. ירידה: אין.
(4) הוכחה.
ב.



ג. (1) 0.761
(2) 0.106

5. א. (1) $x>0$

(2) n אי-זוגי: <u>עליה</u>: $x>\frac{1}{e^n}$, <u>ירידה</u>: $0<x<\frac{1}{e^n}$.

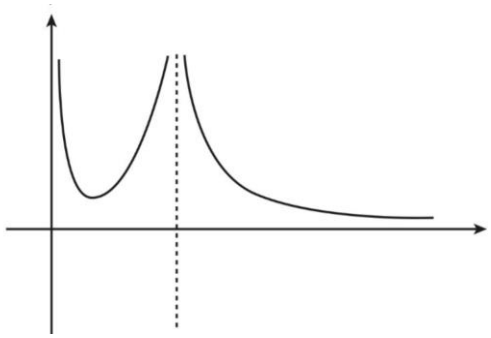
n זוגי: <u>עליה</u>: $0<x<\frac{1}{e^n}$ או $x>1$, <u>ירידה</u>: $1>x>\frac{1}{e^n}$.

(3) n אי-זוגי: $(\frac{1}{e^n},-\frac{n^n}{e^n})$ מינימום.

n זוגי: $(1,0)$ מינימום, $(\frac{1}{e^n},\frac{n^n}{e^n})$ מקסימום.

ב. גרף א': $n=3$, גרף ב': $n=1$, גרף ג': $n=2$.

ג.



ד. $\frac{1}{2}$.

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד קיץ

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון פרמטר a, $a > 0$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a\ ,\ 0)$ שווה למרחק שלהן מן הישר $x = a - 1$.

ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(0\ ,\ a)$ שווה למרחק שלהן מן הישר $y = a - 1$.

נתון כי שני המקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא $(2\ ,\ 2)$.

ג. **(1)** מצא את a.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המקומות הגאומטריים עם הנקודות $(3a\ ,\ 0)$ ו־$(0\ ,\ 3a)$ כך שמתקבל מרובע.

ד. **(1)** מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

נתון: $\overrightarrow{SA}$ מאונך לבסיס הפירמידה, $\sphericalangle BAD = 60^o$, $SA = BA$, $\overrightarrow{SE} = t \cdot \overrightarrow{SC}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו־ $\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$, t.

ב. נתון: $t = \frac{1}{2}$.

(1) הוכח כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{ED}$.

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(6\sqrt{3},6,0)$, קודקוד D נמצא על ציר ה־ y בכיוון החיובי, שיעור ה־ z של הנקודה S גדול מאפס.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו־ D .

ד. מצא את משוואת המישור SAB .

לפתרון בווידאו

3. נתונה המשוואה $z^4 = -16$ (z הוא מספר מרוכב).

א. פתור את המשוואה.

נתון: פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. סרטט במערכת הצירים את המצולע שהתקבל.

כופלים ב־ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע.

ג. מצא את שיעורי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים שהתקבלו בהכפלה.

n הוא מספר טבעי, $11 < n < 17$ ו־ c הוא מספר ממשי.

כל אחד מן המספרים המרוכבים שמצאת בסעיפים הקודמים מקיים את המשוואה $z^n = c$.

ד. מצא את n ואת c .

הנקודות במישור גאוס, המיוצגות על ידי כל הפתרונות של המשוואה $z^n = c$ שמצאת בסעיף ד, יוצרות מצולע בעל n צלעות.

ה. מצא את שטח המצולע.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=1+ae^{-2x}$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר, $a>1$.

בטא את תשובותיך באמצעות a, לפי הצורך.

א. **(1)** מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת כאשר $x=\frac{\ell n\,(a)}{2}$.

מצא את שיעור ה־ y של נקודת הפיתול, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$.

(2) סרטט את גרף הפונקציה $g'(x)$. פרט את שיקוליך.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ ועל ידי הישרים $x=0$, $y=\frac{1}{2}$.

לפתרון בווידאו

5. **א.** נתונה הפונקציה: $f(x)=\ell n\left(\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)}\right)$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x)=\ell n\big(f(x)\big)$.

<u>היעזר בתשובותיך על השאלות בסעיף א</u> וענה על התת־סעיפים (1)-(3) שלפניך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.

ג. בעבור כל x המקיים $0<f(x)<1$, קבע אם המכפלה $f(x)\cdot g(x)$ חיובית. נמק את קביעתך.

בהצלחה!

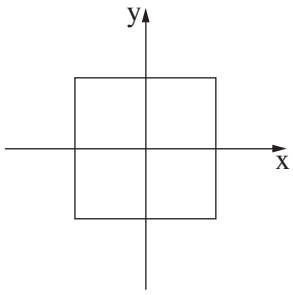
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשפ"א

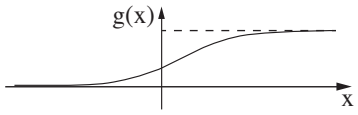
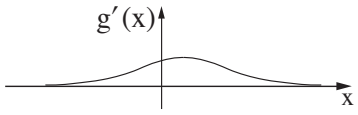
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

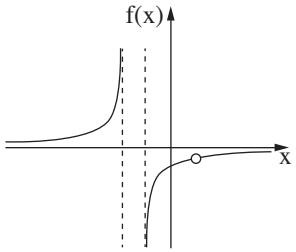
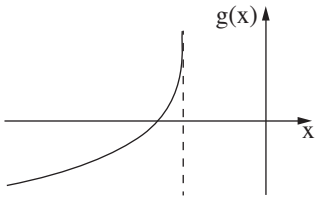
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$y^2 = 2x - 2a + 1$
ב.	$x^2 = 2y - 2a + 1$
ג. (1)	$a = 0.5$
(2)	$(0\ ,\ 0)$
ד. (1)	דלתון
(2)	3
2.	
א.	$\overrightarrow{EB} = (t-1)\underline{w} - t\underline{v} + (1-t)\underline{u}$ $\overrightarrow{ED} = (t-1)\underline{w} - t\underline{u} + (1-t)\underline{v}$
ב. (1)	הוכחה
(2)	הוכחה
ג.	$D(0\ ,12\ ,0)\ ,\ S(0\ ,0\ ,12)$
ד.	$x - \sqrt{3}\,y = 0$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$z_0 = \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(45^o)$ $z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(135^o)$ $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(225^o)$ $z_3 = \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(315^o)$
ב.	
ג.	$(2\ ,0)\ ,\ (-2\ ,0)\ ,$ $(0\ ,2)\ ,\ (0\ ,-2)$
ד.	$n = 16\ ,\ c = 2^{16} = 65536$
ה.	$S = 12.245$

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"א

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$\underbrace{y=1}_{x\to\infty}$
(2)	הפונקציה יורדת לכל x
(3)	$(0\,,1+a)$
ב. (1)	תחום הגדרה: לכל x
(2)	$\underbrace{y=1}_{x\to\infty}\quad,\quad\underbrace{y=0}_{x\to-\infty}$
(3)	$y=\frac{1}{2}$
	
ג. (1)	$\left(\frac{\ell n(a)}{2}\,,\frac{1}{2}\right)$
(2)	
ד.	$\frac{\ell n(a)}{4}-\frac{a-1}{2+2a}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x<-2$
	$x\neq 1\,,\ -1<x$
(2)	$x=-2\ ,\ x=-1$
	$\underbrace{y=0}_{x\to\pm\infty}$
(3)	הפונקציה עולה:
	$x<-2$
	$x\neq 1\,,\ -1<x$
(4)	
ב. (1)	$x<-2$
(2)	הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
(3)	
ג.	המכפלה <u>לא</u> חיובית.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד חורף מאוחר

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף מאוחר**, תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

לפתרון בווידאו

1. נתון: נקודה K נמצאת על הפרבולה $y^2 = 4px$ $(p > 0)$.
שיעור ה־ y של נקודה K הוא 12.
המרחק בין נקודה K ובין מוקד הפרבולה הוא 20.

א. מצא את p (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הערכים של p שמצאת בסעיף **א** ב־ p_1 ו־ p_2. $p_1 < p_2$.
ישר מן הצורה $y = mx$ $(m \neq 0)$ חותך את הפרבולה $y^2 = 4p_1x$ בראשית הצירים ובנקודה נוספת, A,
ואת הפרבולה $y^2 = 4p_2x$ בראשית הצירים ובנקודה נוספת, B.
הצב את הערכים p_1 ו־ p_2 שמצאת, וענה על סעיפים **ב-ג**.

ב. הבע את שיעורי נקודה A, ואת שיעורי נקודה B באמצעות m.

בעבור כל ישר $y = mx$ $(m \neq 0)$, נסמן ב־ M את אמצע הקטע AB הנוצר באופן המתואר.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות M האלה (ללא m).

/המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. נתונה התיבה $ABCDA'B'C'D'$.

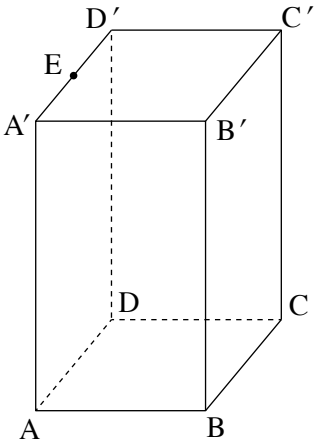
הנקודה K נמצאת על המקצוע CC'.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $A'D'$ (ראה סרטוט).

נסמן: $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$; $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$; $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$; $\overrightarrow{CK}=t\cdot\overrightarrow{CC'}$ ($t>0$ הוא סקלר).

נתון: $|\underline{w}|=6\sqrt{2}$; $|\underline{v}|=6$; $|\underline{u}|=3\sqrt{2}$,

$\sphericalangle EKB=90^o$.



א. מצא את t.

נסמן ב־ π את המישור $CDA'B'$.

ב. **(1)** הוכח כי הישר BK מאונך למישור π.

(2) הסבר מדוע הישר EK מקביל למישור π.

נתון: $B(-1,0,1)$; $K(4,5,-1)$,

$\underline{w}=(2,2,-8)$.

ג. מצא את משוואת המישור π.

לפתרון בווידאו

3. **א.** פתור את המשוואה: $z^2-(1+i)z+2i+2=0$.

אחד הפתרונות של המשוואה שפתרת נמצא ברביע הרביעי והוא מיוצג על ידי הנקודה A במישור גאוס.

הפתרון השני מיוצג על ידי הנקודה B במישור גאוס.

דרך הנקודה B עובר מעגל שמרכזו בראשית הצירים — O. הישר AO חותך את המעגל בנקודות C ו־ D.

במעגל חסום מצולע משוכלל בעל n צלעות.

נתון כי הנקודות B , C , D הן קודקודים של המצולע.

ב. מהו ה־ n האפשרי הקטן ביותר? נמק את תשובתך.

ג. בעבור הערך של n שמצאת בסעיף ב:

(1) רשום את המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

(2) כתוב משוואה שפתרונותיה הם כל המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

/המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת וגזירה לכל x. הגרף שלה חותך את ציר ה־ x בראשית הצירים בלבד.

נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הן $(1\ ,\ 1)$ ו־ $(-1\ ,\ -1)$ בלבד.

הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ מתאפסת בעבור $x=1$ ו־ $x=-1$ בלבד.

ציר ה־ x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$ בעבור x שואף לאינסוף ובעבור x שואף למינוס אינסוף.

א. **(1)** סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) רשום את תחומי החיוביות והשליליות של $g'(x)$ (פונקציית הנגזרת של $g(x)$).

נתונה הפונקציה $f(x)=e^{g(x)}-g(x)$.

ב. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x)=ax-\ell n\left(\frac{x}{a}\right)$, $a\neq 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיפים **א-ג** בעבור $a>0$ ובעבור $a<0$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הבע באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה־ x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$) המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

נתון: $a>0$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x=\frac{2}{a}$ וציר ה־ x,

והוכח כי השטח אינו תלוי ב־ a.

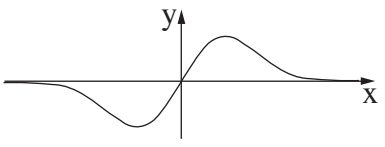
בהצלחה!

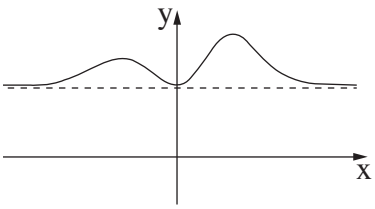
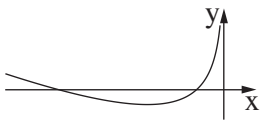
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$p_1 = 2 \ , \ p_2 = 18$
ב.	$A\left(\frac{8}{m^2} , \frac{8}{m}\right) \ , \ B\left(\frac{72}{m^2} , \frac{72}{m}\right)$
ג.	$y^2 = 40x$
2.	
א.	$t = \frac{1}{2}$
ב. (1)	הוכחה
(2)	הסבר
ג.	משוואת המישור π : $5x + 5y - 2z - 29 = 0$
3.	
א.	$z = 2i \ , \ z = 1 - i$
ב.	$n = 8$
	לנמק.
ג. (1)	$2\text{cis}0^o , 2\text{cis}45^o , 2\text{cis}90^o , 2\text{cis}135^o , 2\text{cis}180^o , 2\text{cis}225^o , 2\text{cis}270^o , 2\text{cis}315^o$
(2)	$z^8 = 256$
4.	
א. (1)	
(2)	תחומי חיוביות של $g'(x)$: $-1 < x < 1$
	תחומי שליליות של $g'(x)$: $x < -1 \ , \ x > 1$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
ב. (1)	כל x
(2)	$y = 1$
(3)	$\max(-1 , \frac{1}{e} + 1)$, $\min(0 , 1) \ , \ \max(1 , e - 1)$
(4)	
5.	
א.	בעבור $a > 0$: $x > 0$. בעבור $a < 0$: $x < 0$.
ב.	$\min\left(\frac{1}{a} \ , \ 1 + \ell na^2\right)$
ג.	בעבור $a > 0$:  בעבור $a < 0$: 
ד.	$1 - \ln 2 \approx 0.307$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. $A(x_1, y_1)$ ו־ $B(x_2, y_2)$ הן שתי נקודות שונות הנמצאות על הפרבולה $y^2 = 36x$ ברביע הראשון.

לפתרון בווידאו

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר AB הוא $m = \frac{36}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x, 7\frac{1}{2})$ היא אמצע המיתר AB .
מצא את m .

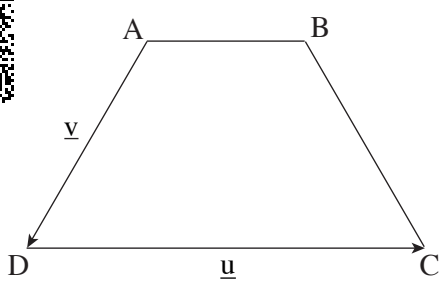
ב. נתון: המרחק של כל נקודה על הפרבולה הנתונה מן הישר $x = a$ שווה למרחק של נקודה זו מן הנקודה $(9, 0)$.
מרחק הנקודה A מן הישר $x = 0.75a$ הוא 7 .

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר AB .

2. נתון טרפז שווה־שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$) (ראה סרטוט).
נתון: $\sphericalangle DAB = 120^o$.
נסמן: $\overrightarrow{DC} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = t\underline{u}$ (t הוא סקלר).

לפתרון בווידאו



א. (1) הבע את t באמצעות $|\underline{u}|$ ו־ $|\underline{v}|$.

(2) הבע את הווקטור $\overrightarrow{BC}$ באמצעות $\underline{u}, \underline{v}, |\underline{u}|$ ו־ $|\underline{v}|$.

נתון: $\underline{u} = (8, 6, -10)$, $\underline{v} = (-1, y, 0)$.

ב. (1) מצא את שיעור ה־ y של הווקטור $\underline{v}$ (מצא את שני הערכים).

(2) עבור איזה ערך משני הערכים של y שמצאת בתת־סעיף ב(1), הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו? נמק.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

3. **א.** נתון מספר מרוכב $z = r \cdot [\cos\theta + i \cdot \sin\theta]$.

הסבר מדוע מתקיים: $-z = r \cdot [\cos(180^o + \theta) + i \cdot \sin(180^o + \theta)]$.

z_1, z_2 ו־ z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים. הנקודות המייצגות אותם במישור גאוס נמצאות על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.

הנקודות המייצגות את z_1 ו־ z_2 נמצאות ברביע הראשון, והנקודה המייצגת את z_3 נמצאת ברביע השלישי.

נסמן $z_1 = r_1(\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$.

ב. הוכח כי המנה $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3}$ היא מספר ממשי.

נתון גם כי הנקודות במישור גאוס המייצגות את המספרים z_1 ו־ z_3 נמצאות על מעגל היחידה, ו־ $\frac{z_2 + z_3}{z_1 - z_3} = \frac{5}{4}$.

ג. חשב את הערך המוחלט של z_2.

ד. z_4 הוא הצמוד של z_3.

הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות במישור גאוס המייצגות את המספרים z_2, z_3, z_4.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=4e^{\sqrt{x}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתונות הפונקציות: $h(x)=f(x^2)$, $g(x)=2\cdot f'(x)$ בתחום $x>0$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, קבע את סוגה,
והראה כי הנקודה הזאת נמצאת על גרף הפונקציה $h(x)$.

נתון: הגרפים של שתי הפונקציות $g(x)$ ו־ $h(x)$ נפגשים בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).

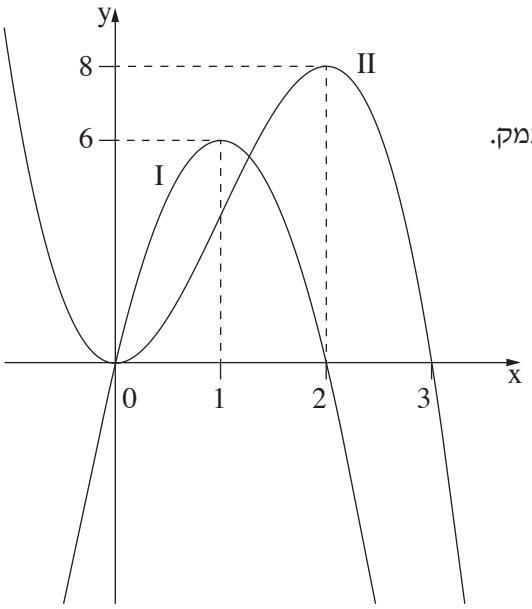
ג. סרטט את הגרפים של שתי הפונקציות $g(x)$ ו־ $h(x)$ באותה מערכת צירים.

ד. נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, גרף הפונקציה $h(x)$ ועל ידי הישר $x=a$, $a>1$,
שווה ל־ $e^4+4e-2\cdot f(a)$.
מצא את הערך של a . תוכל להשאיר ℓn בתשובתך.

5. הגרפים I , II שבסרטוט שלפניך מתארים שתי פונקציות המוגדרות בתחום $-1\le x\le 4$.

לפתרון בווידאו

אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$,
והאחר הוא של פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$.



א. קבע מי מבין הגרפים I ו־ II הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$. נמק.

הסתמך על הסרטוט וענה על סעיף ב.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\ell n(f(x))$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$
המאונכות לציר ה־ x ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות
של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(5) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

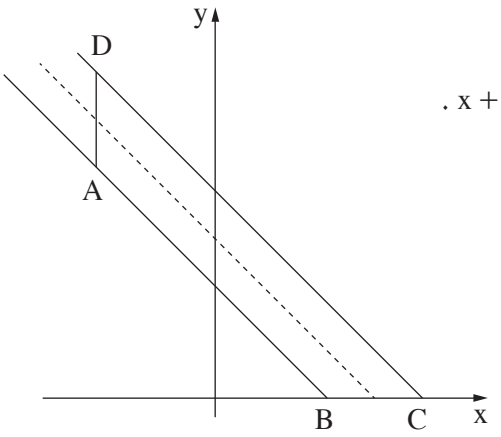
1. $ABCD$ הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.

נתון: המרחק בין בסיסי הטרפז, AB ו־DC, הוא $\sqrt{2}$,

קטע האמצעים של הטרפז $ABCD$ נמצא על הישר $x + y - 4 = 0$.

לפתרון בווידאו

א. מצא את משוואות הישרים שבסיסי הטרפז נמצאים עליהם.



נתון: השוק BC נמצאת על ציר ה־x.

מעבירים פרבולה קנונית $y^2 = 2px$ $(p > 0)$

כך שהקודקודים A ו־D של הטרפז נמצאים על מדריך הפרבולה,

ומוקד הפרבולה נמצא על הקודקוד B או על הקודקוד C.

ב. **(1)** מהי משוואת הפרבולה שבעבורה

הטרפז $ABCD$ הוא הגדול מבין שני הטרפזים האפשריים? נמק.

(2) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה הטרפז $ABCD$ הוא הקטן מבין שני הטרפזים האפשריים?

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה־x וחותך את שתי הפרבולות שמצאת בסעיף **ב** בשתי נקודות, E ו־F.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו מונחים אמצעי הקטעים EF הנוצרים באופן זה.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. ABC הוא משולש.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$.

נתון: $A(0,2,-1)$, $B(-3,2,2)$,

הנקודה $D(-2,3,1)$ נמצאת על הקטע BC כך ש־ $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}$.

א. **(1)** מצא את שיעורי הנקודה C והוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

(2) מצא את משוואת המישור ABC .

הנקודה E נמצאת במישור ABC כך ש־ $ABEC$ הוא מלבן. הנקודה M היא מפגש האלכסונים במלבן זה.

S היא נקודה כך ש־ MS מאונך למישור $ABEC$.

ב. **(1)** מצא הצגה פרמטרית לישר MS , והסבר מדוע לכל נקודה S כזו $SABEC$ היא פירמידה ישרה.

(2) תן דוגמה לשיעורים של נקודה S כמתואר בתת־סעיף **ב(1)**.

בעבור הנקודה S שמצאת, חשב את הזווית SAB .

(3) בעבור הנקודה S שמצאת, האם קיימת נקודה נוספת, P , כך ש־ $PABEC$ היא פירמידה ישרה שבעבורה מתקיים $\sphericalangle SAB=\sphericalangle PAB$?

אם כן, מצא את שיעוריה. אם לא, נמק.

לפתרון בווידאו

3. נתונה המשוואה $i\cdot z^6=\frac{1}{64}$ (z הוא מספר מרוכב).

א. מצא את כל פתרונות המשוואה הנתונה.

פתרונות המשוואה הנתונה מתאימים לקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ב. הראה שלכל אחד מקודקודי המצולע קיים קודקוד אחד בדיוק כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך ראשית הצירים.

כופלים כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה במספר מרוכב קבוע, w .

ג. הסבר מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

נתון: $w=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.

ד. כתוב משוואה שפתרונותיה הם 12 המספרים: פתרונות המשוואה הנתונה בתחילת השאלה והמספרים שהתקבלו לאחר ההכפלה ב־ w .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{-4}{e^{2x}-4e^{x}+3}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הסבר מדוע לכל $b<0$ מתקיים: $\int_{b-3}^{b} f(x)\,dx<-4$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{k}{f(x)}$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. k הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת מינימום.

ג. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור k? נמק.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(\ell n(x))^{3}-1}+1$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הישר $y=k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ (k הוא פרמטר). מצא את k. נמק.

ג. נגדיר $T(x)=\int_{e^{-1}}^{x} f(t)\,dt$ $\quad e^{-1}\le x<e$.

(1) לפניך שלושה ערכי x (I-III). בעבור איזה מהם הערך של $T(x)$ הוא הכי גדול? נמק.

I) $x=\frac{1}{2}$ $\quad$ II) $x=1$ $\quad$ III) $x=2$

(2) הסבר מדוע בעבור כל $e^{-1}\le x<e$ מתקיים: $T(x)<1$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תשפ"א

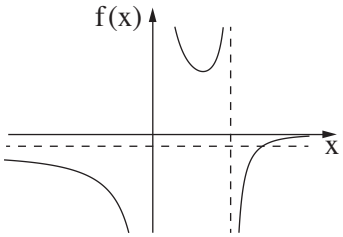
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

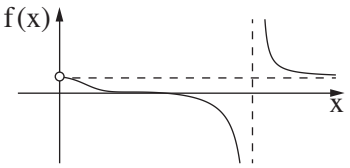
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$x+y-3=0$
	$x+y-5=0$
ב. (1)	$y^2=20x$
(2)	$y^2=12x$
ג.	$y^2=15x$
2.	
א. (1)	הוכחה , $C(0,5,-1)$
(2)	$x+z+1=0$
ב. (1)	$(-1.5,3.5,0.5)+t(1,0,1)$,
	הסבר
(2)	לתת דוגמה, לחשב.
(3)	כן. למצוא.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$z_1=\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right]$
	$z_2=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)\right]$
	$z_3=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}\right)\right]$
	$z_4=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)\right]$
	$z_5=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{4\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{4\pi}{3}\right)\right]$
	$z_6=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{3}\right)\right]$
ב.	להראות
ג.	להסביר
ד.	$z^{12}=-\frac{1}{2^{12}}$

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תשפ"א

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א.(1)	$x \neq \ell n3 \ , \ x \neq 0$
(2)	$x = \ell n3 \ , \ x = 0$
	$y = -\frac{4}{3} \ , \ \lim_{x \to -\infty} y = 0 \ , \ \lim_{x \to \infty} y$
(3)	מינימום $(\ell n\ 2\ , 4)$
(4)	תחומי העלייה:
	$\ell n2 < x < \ell n3 \ , \ \ell n3 < x$
	תחומי הירידה:
	$x < 0 \ , \ 0 < x < \ell n\ 2$
(5)	
ב.	להסביר
ג.	$k < 0$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.(1)	$0 < x < e \ , \ e < x$
(2)	$y = 1 \ , \ \lim_{x \to \infty} x = e$
(3)	אין תחומי עלייה.
	תחומי הירידה:
	$0 < x < e \ , \ e < x$
(4)	$(1\ , 0)$
(5)	
ב.	$k = 1$
ג.(1)	II
(2)	להסביר

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	$66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	$33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול	—		100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. הישר $4x-3y=0$ משיק למעגל שמרכזו $(5a,0)$. a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את משוואת המעגל באמצעות a.

מנקודה G, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר, המשיק למעגל בנקודה K.

ב. הבע באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות G שבעבורן המרחק GK שווה למרחק שלהן מן הישר $x=-3a$ וצייר סקיצה שלו.

נתון: אורך הקטע GK הקצר ביותר האפשרי הוא 7.5.

ג. **(1)** מה הם שיעורי הנקודה G שבעבורה אורך הקטע GK הוא 7.5? נמק.

(2) מצא את ערכו של הפרמטר a. נמק.

לפתרון בווידאו

2. נתונים שני ישרים: $\ell_1 : \underline{x} = (6,10,-7) + k(3,5,-4)$

$\ell_2 : \underline{x} = (15,0,6) + t(9,0,13)$

ונתון הווקטור $\underline{u} = (6,0,-8)$.

הנקודה A נמצאת על הישר ℓ_1 והנקודה C נמצאת על הישר ℓ_2 כך ש־ $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו־ C.

$SABC$ היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABC, הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90^o$).

הנקודה S נמצאת על הישר ℓ_2 והנקודה B נמצאת על הישר ℓ_1.

ב. מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. מצא את משוואת המישור ABC.

מן הנקודה C העלו אנך למישור ABC.

ד. חשב את הזווית שבין האנך ובין הישר ℓ_2.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

3. z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את המשוואה $z^5 = 2^5$.

הנקודות $A_1 , A_2 , ..., A_n$ במישור גאוס מתאימות לפתרונות המשוואה $z^n = 2^n$ ($n \geq 3$ הוא מספר טבעי).

חיברו את הנקודות $A_1 , A_2 , ..., A_n$ ויצרו מצולע משוכלל קמור.

נתון כי שטח המצולע שהתקבל שווה ל־ n .

ב. מצא את n .

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור הערך של n שמצאת בסעיף ב.

$w = a + bi$ הוא פתרון של המשוואה $z^n = 2^n$ כך ש־ $a \cdot b > 0$ [כלומר: $\text{Re}(w) \cdot \text{Im}(w) > 0$].

ג. באילו רביעים נמצאים פתרונות w כאלה?

ארבע הנקודות הנמצאות ברביעים שמצאת בסעיף ג הן קודקודיו של מלבן.

אם מכפילים כל אחד מן המספרים המתאימים לארבע הנקודות הללו

במספר $z_0 = \cos\theta + i\sin\theta$ ($0^o \leq \theta \leq 90^o$) , מתקבל מלבן חדש, שצלעותיו מקבילות לצירים.

ד. מצא את הזווית θ . נמק.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2e^{2x}}{e^{2x}-ae^{x}+3}$. a הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ אינה מוגדרת בעבור $x=0$.

א. **(1)** מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

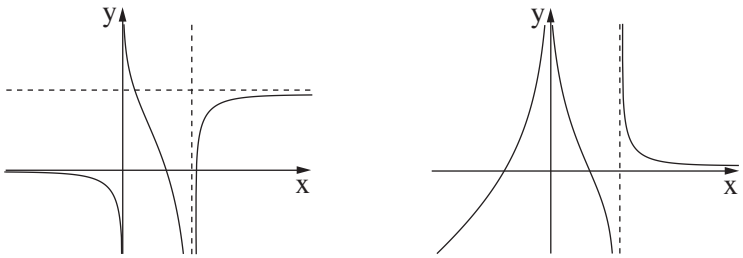
ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$.

איזה מהם מתאר אותה? נמק.

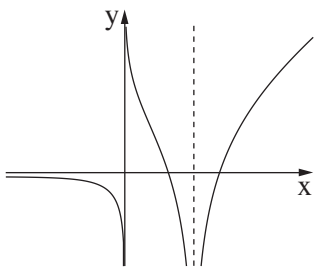
ד. נתונה הפונקציה $h(x)=f(x+k)$.

עבור איזה ערך של $k\neq 0$ יש לפונקציה $h(x)$ אסימפטוטה שמשוואתה היא $x=0$? נמק.

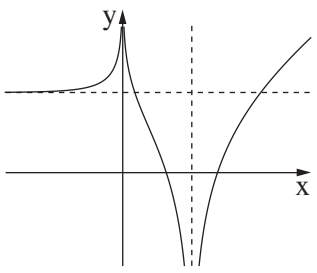


I

II



III



IV

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)=\ell n(f(x))$ מוגדרות וגזירות לכל x.

א. הראה כי לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $\ell n(f(x))$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x ושנקודות הקיצון הללו הן מאותו הסוג (מינימום/מקסימום).

בציור שלפניך מתואר גרף של פונקציה $f(x)$, כך ש־ $f(x)$ ו־ $g(x)=\ell n(f(x))$ מוגדרות וגזירות לכל x.

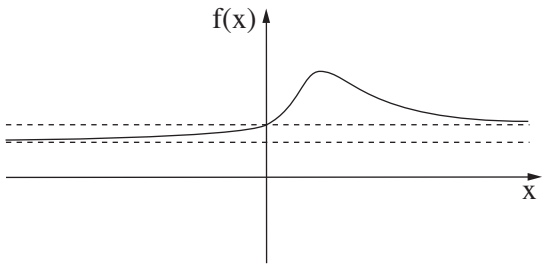
לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון יחידה ששיעוריה הם $(1,2)$,

ושתי אסימפטוטות:

אסימפטוטה שמשוואתה היא $y=1$,

ואסימפטוטה נוספת שמשוואתה היא $y=\frac{2}{3}$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ y כאשר $y=1$.



ענה על סעיף ב בהסתמך על הגרף המתואר בציור.

ב. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

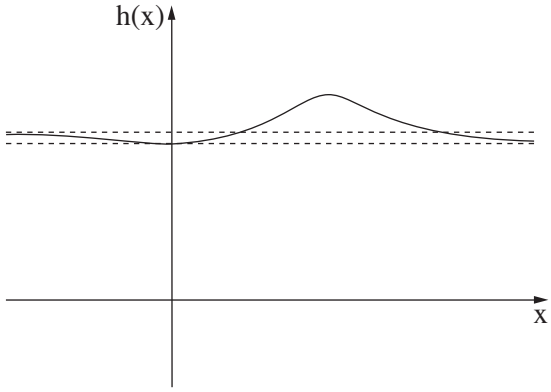
(3) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים?

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$. נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נגדיר: $h(x)=f(x)-g(x)$.

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $h(x)$.



ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

קבע את סוגן בעזרת הגרף.

(2) הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$

כך שהקטע AB מאונך לציר ה־ x.

מהו שיעור ה־ x שבעבורו אורך הקטע AB הוא 1?

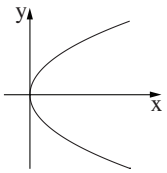
נמק.

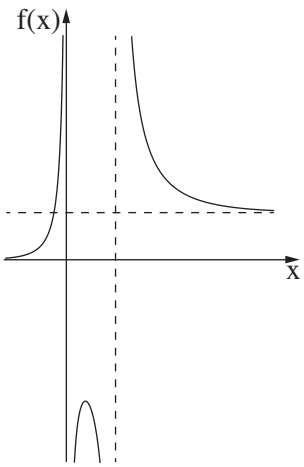
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

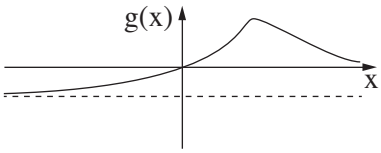
משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תש"ף, מועד ב</u>

יש לענות על <u>שלוש</u> מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$(x-5a)^2+y^2=16a^2$
ב.	$y^2=16ax$ 
ג. (1)	$(0\ ,0)$
(2)	2.5
2.	
א.	$C(6\ ,0\ ,-7)\ \ ,\ \ A(0\ ,0\ ,1)$
ב.	$(3\ ,5\ ,-3)$
ג.	$4x+3z-3=0$
ד.	$\sim 18.43^o$
3.	
א.	$z=2\left(\cos\frac{2\pi}{5}k+i\sin\frac{2\pi}{5}k\right)$ k הוא מספר שלם
ב.	12
ג.	$III\ ,I$
ד.	45° <u>או</u> $\frac{\pi}{4}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$a=4$ $x\neq \ell n3\ \ ,\ \ x\neq 0$
(2)	$x=\ell n3\ \ ,\ \ x=0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0\ \ ,\ \lim\limits_{x\to\infty} y=2$
(3)	תחומי העלייה: $x<0\ \ ,\ \ 0<x<\ell n1.5$ תחומי הירידה: $\ell n1.5<x<\ell n3\ \ ,\ \ \ell n3<x$
ב.	
ג.	IV
ד.	$k=\ell n3$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	להראות
ב. (1)	כל x
(2)	$(1\ ,\ \ell n2)$
(3)	$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\ell n\frac{2}{3}$, $\lim\limits_{x\to\infty} y=0$
(4)	תחום חיוביות: $x>0$ תחום שליליות: $x<0$
(5)	
ג. (1)	מינימום $(0\ ,\ 1)$ מקסימום $(1\ ,\ 2-\ell n2)$
(2)	0

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. OMG הוא משולש. הנקודה O היא ראשית הצירים.
מן הנקודה $M(2,6)$ הורידו גובה לצלע OG.
נתון כי אורך הגובה שהורידו הוא 6.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן הזה נמצא על שני ישרים, ומצא את משוואותיהם של הישרים.

מעגל שמרכזו בנקודה M משיק לשני הישרים שמצאת בסעיף א בנקודות P ו־Q.

ב. **(1)** רשום את משוואת המעגל.

(2) מצא את שיעורי הנקודות P ו־Q.

ג. האם המרובע OPMQ הוא בר חסימה במעגל? נמק.
אם כן, מצא את משוואת המעגל החוסם אותו.

המשך בעמוד 3

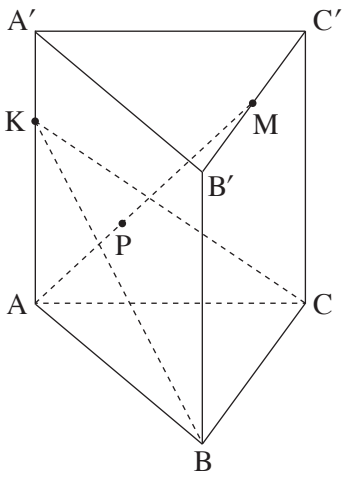
לפתרון בווידאו

2. נתונה מנסרה ישרה משולשת $ABCA'B'C'$.

נתון: הנקודה M היא אמצע הקטע $B'C'$.

הנקודה K נמצאת על הקטע AA' ומקיימת $AK = 2KA'$.

נסמן: $\overrightarrow{KB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{KC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הבע את $\overrightarrow{AM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

P היא נקודה על AM המקיימת: $\overrightarrow{KP} = \alpha\underline{u} + \beta\underline{v}$ (α ו־ β הם סקלרים).

ב. מצא את α ו־ β .

נתון: $P(0,4,6)$, $\underline{u} = (5,5,-5)$, $\underline{v} = (10,-5,0)$.

ג. **(1)** הסבר מדוע הנקודה P נמצאת על המישור KBC .

(2) מצא את משוואת המישור KBC .

(3) מצא את שיעורי הנקודה K .

לפתרון בווידאו

3. z_1 ו־ z_2 הם שני מספרים מרוכבים שונים.

נתון: $z_1 = \cos\alpha + i\sin\alpha$, $z_2 = \cos\frac{7\alpha}{3} + i\sin\frac{7\alpha}{3}$,

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

$\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר ממשי.

א. **(1)** מצא את α ואת $\frac{z_1}{z_2}$.

(2) הראה כי $z_1 \cdot z_2$ הוא מספר מדומה.

נתון: $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$.

ב. מצא את כל פתרונות המשוואה $z^3 = w^6$.

ג. **(1)** האם הפתרונות שמצאת בסעיף ב יכולים להתאים לקודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס?

אם כן, מצא את שיעוריהם של שאר קודקודי המשושה.

(2) תן דוגמה למספר טבעי $n > 6$ שבעבורו הפתרונות שמצאת בסעיף ב מהווים קודקודים של מצולע משוכלל בעל n קודקודים.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\ell n\left((e^x-b)^2+1\right)$. b הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות b.

א. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) נמק מדוע $f(x)\geq 0$ בכל תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את המשוואה של האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(4) קבע בעבור אילו ערכים של b יש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון,
ואם יש כזאת, מצא את שיעוריה, והראה שהיא נקודת מינימום.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $b=2$.

ב. מצא את כל הערכים של b שבעבורם הישר $y=\ell n5$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ג. נתון כי בעבור אחד מן הערכים של b שמצאת בסעיף ב, אין לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון.
בעבור הערך הזה של b, קבע אם הפונקציה $f(x)$ עולה או יורדת. נמק.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x)=e^{x}(x-5)$, המוגדרת לכל x.

א. הראה כי $f'(x)=e^{x}(x-4)$ וכי $f''(x)=e^{x}(x-3)$.

$f^{(n)}(x)$ היא הנגזרת מסדר n של $f(x)$ (למשל $f^{(3)}(x)=f'''(x)$).

נתונה החוקיות: $f^{(n)}(x)=e^{x}(x-5+n)$ בעבור כל n טבעי.

ב. מצא את $f'''(x)$, והראה כי החוקיות הנתונה מתקיימת בעבורה.

ענה על סעיף ג. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות n.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f^{(n)}(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f^{(n)}(x)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f^{(n)}(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) הראה כי הגרפים של הפונקציות $f^{(m)}(x)$ ו־$f^{(k)}(x)$ אינם נחתכים בעבור שני מספרים טבעיים שונים m ו־k.

(5) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, ו־$f''(x)$, וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת מן הפונקציות.

ד. הסתמך על החוקיות הנתונה, ומצא לפונקציה $f(x)$ פונקציה קדומה, $F(x)$,
אם נתון כי הגרף של הפונקציה $F(x)$ עובר בראשית הצירים.
אַמֵּת את תשובתך על ידי גזירה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תש"ף

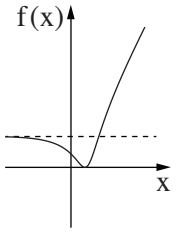
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

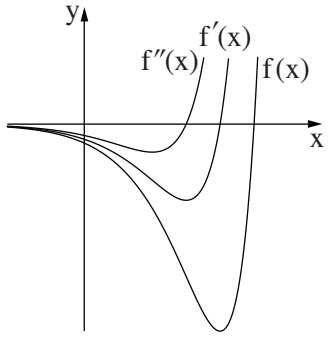
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	להראות $y=-\frac{3}{4}x\ ,\ y=0$
ב. (1)	$(x-2)^2+(y-6)^2=36$
(2)	$(-1.6\,,1.2)\ ,\ (2\,,0)$
ג.	כן. $(x-1)^2+(y-3)^2=10$
2.	
א.	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{5}{3}\underline{w}$
ב.	$\beta=\frac{1}{5}\ ,\ \alpha=\frac{1}{5}$
ג. (1)	הסבר
(2)	$x+2y+3z-26=0$
(3)	$(-3,4,7)$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א. (1)	$\alpha=\frac{3}{4}\pi$, $\frac{z_1}{z_2}=\text{cis}\pi=-1$
(2)	להראות
ב.	$z_1=2\text{cis}30^o$ $z_2=2\text{cis}150^o$ $z_3=2\text{cis}270^o$ או $z_1=\sqrt{3}+i$ $z_2=-\sqrt{3}+i$ $z_3=-2i$
ג. (1)	כן. $(\sqrt{3}\,,-1)\,,(-\sqrt{3}\,,-1)\,,(0\,,2)$
(2)	לתת דוגמה (כל $n>6$ שמתחלק ב־ 3)

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תש"ף

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	כל x
(2)	נימוק
(3)	$\lim_{x \to -\infty} y = \ell n(b^2+1)$
(4)	$b > 0$, להראות מינימום $(\ell nb, 0)$
(5)	
ב.	$b = \pm 2$
ג.	עולה

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	להראות
ב.	להראות , $f'''(x) = e^x(x-2)$
ג. (1)	$(0, n-5)$, $(5-n, 0)$
(2)	$\lim_{x \to -\infty} y = 0$
(3)	מינימום $(4-n, -e^{4-n})$
(4)	להראות
(5)	
ד.	$F(x) = e^x(x-6)+6$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תש"ף, 2020
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול			— 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. הנקודה A נמצאת על האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ברביע הראשון. a ו־ b הם פרמטרים חיוביים.

נתון: $a>b$, אורך הציר הגדול של האליפסה הוא 13.

F_1 ו־ F_2 הם מוקדי האליפסה.

היקף המשולש F_1AF_2 הוא 25 ושטחו 12.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שמשוואתה היא $y^2=2px$ $(p>0$ ואינו שלם).

דרך הנקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה־ x בנקודה L.

ג. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות מפגשי התיכונים במשולשים ALD.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. הישר ℓ עובר דרך ראשית הצירים, O , ומאונך למישור π .

הנקודה $P(-1,-1,2)$ היא נקודת החיתוך של הישר ℓ והמישור π .

א. מצא את משוואת המישור π .

OABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD , הוא מלבן הנמצא על המישור π (הנקודה O היא ראשית הצירים).

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה־ x ועם ציר ה־ y בהתאמה.

ב. **(1)** מצא את שיעורי הקודקודים A ו־ B .

(2) מצא את שיעורי הקודקודים C ו־ D .

ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדדית AOB בפירמידה OABCD ובין בסיס הפירמידה.

הנקודות $F(-4,-2,0)$ ו־ $G(-2,-4,0)$ נמצאות על הקטע AB .

ד. **(1)** הראה כי $|FG|=\frac{1}{3}|AB|$.

(2) מצא שיעורים של שתי נקודות, H ו־ I , כך שנפח הפירמידה OFGHI הוא $\frac{1}{3}$ מנפח הפירמידה OABCD .

נמק את תשובתך.

לפתרון בווידאו

3. **א.** פתור את המשוואה $z^3=-1$ (z הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.

a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא $2i$.

ב. הראה כי לכל n טבעי $a_{n+4}=16a_n$.

הנקודות A , B , C ו־ D במישור גאוס מייצגות את איברי הסדרה a_1 , a_2 , a_3 ו־ a_4 בהתאמה.

a_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה $z^3=-1$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ג. **(1)** סרטט סקיצה של המרובע ABCD .

(2) מצא את שטח המרובע ABCD .

ד. הנקודות A' , B' , C' ו־ D' מייצגות את איברי הסדרה a_5 , a_6 , a_7 ו־ a_8 בהתאמה.

מצא את היחס בין שטח המרובע $A'B'C'D'$ ובין שטח המרובע ABCD . נמק. $\left(\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}\right)$

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)}+c$. a ו־c הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ היא $y=1$,
הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה־y בנקודה $(0\,,e^{-4})$.

ב. מצא את הערך של c ואת הערך של a.

ג. **(1)** מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)?

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול יחידה בנקודה שבה $x=-1$.

ד. **(1)** סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) לאילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה. המשיק עובר בראשית הצירים.
הסבר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה־y קטן מ־$\frac{1}{2}e^{-2}$.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$: $f'(x)=\frac{\ell n(-x)+2}{x}$.

לפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $f''(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ והקעירות כלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

נתון: $f(-e^{-2})=0$.

ג. **(1)** מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

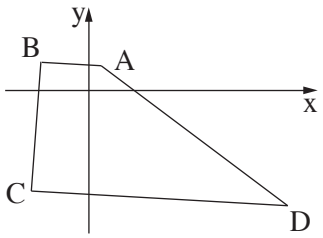
משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תש"ף

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

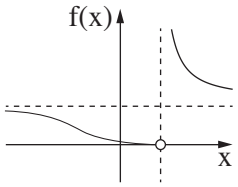
יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

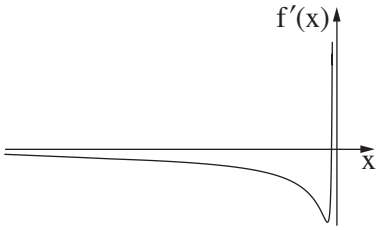
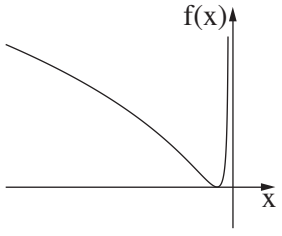
מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$\frac{x^2}{42.25}+\frac{y^2}{6.25}=1$
ב.	$(3.9\,,\,2)$
ג.	-3.9
ד.	$x=1.3$
2.	
א.	$x+y-2z+6=0$
ב. (1)	$B(0\,,-6\,,0)\ ,\ A(-6\,,0\,,0)$
(2)	$D(-2\,,4\,,4)\ ,\ C(4\,,-2\,,4)$
ג.	$\sim 35.26^o$
ד. (1)	להראות
(2)	למצוא
	(יש יותר מתשובה נכונה אחת)

מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$z_1=\text{cis}\,60^o$ $z_2=\text{cis}\,180^o$ $z_3=\text{cis}\,300^o$ או $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\,i$ $z_2=-1$ $z_3=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
ב.	להראות
ג. (1)	
(2)	25
ד.	256

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תש"ף

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א.	$x \neq 1$
ב.	$a = 4 \quad , \quad c = 0$
ג. (1)	אין תחומי עלייה. תחומי הירידה: $x < 1 \ , \ 1 < x$
(2)	תחומי החיוביות: כל תחום ההגדרה אין תחומי שליליות
ד. (1)	
(2)	$0 < k < 1 \ , \ 1 < k$
ה.	הסבר

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x < 0$
(2)	תחומי העלייה: $-e^{-2} < x < 0$ תחומי הירידה: $x < -e^{-2}$
(3)	תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$: $-e^{-1} < x < 0$ תחומי הקעירות כלפי מטה $\cap$: $x < -e^{-1}$
ב. (1)	$y = 0 \quad , \quad x = 0$ (כאשר $x \to -\infty$)
(2)	
ג. (1)	$f(x) = \frac{1}{2}(\ell n(-x) + 2)^2$ או $f(x) = \frac{1}{2}(\ell n(-x))^2 + 2\,\ell n(-x) + 2$
(2)	

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון מעגל שמשוואתו היא: $x^2 + y^2 = a^2$. a הוא פרמטר חיובי.

הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך שישיק לציר ה־ y .

א. הבע באמצעות a את משוואת המעגל שהתקבל.

ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה־ y . שיעור ה־ x של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב־ a).

הישר $y = x + 3$ משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

ג. מצא את a .

ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:

I. המעגל שהתקבל בסעיף א.

II. המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה M .

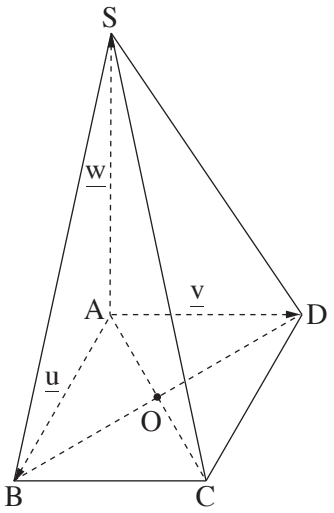
המשך בעמוד 3

2. נתונה פירמידה $SABCD$, שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).

הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס.

הנקודה P היא נקודה על הקטע SD, והיא מקיימת $\overrightarrow{SP} = t \cdot \overrightarrow{SD}$, $t > 0$.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.



א. הבע את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־ t.

ב. מצא בעבור איזה ערך של t, OP מקביל למישור הפאה SAB.

נתון: אורך צלע הריבוע $ABCD$ הוא 4,

AS מאונך לבסיס הפירמידה, $AS = 4\sqrt{2}$.

הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B, D ו־ S נמצאות

על החלק החיובי של הצירים x, y ו־ z בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של t, הישר OP יוצר זווית של 45° עם מישור הפאה SAD.

הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש־ $TABCD$ היא פירמידה ישרה.

ד. מצא את נפח הפירמידה $TABCD$.

לפתרון בווידאו

3. נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא iz (z הוא מספר מרוכב).

נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. **(1)** רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות z).

(2) הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל־ $\frac{z^5+i}{z+i}$.

ב. **(1)** מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^5 = -i$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצא את כל הפתרונות של המשוואה $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת־סעיף ב (2).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O — ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

לפתרון בווידאו

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ell n(x^2 + ax + 1)$.

a הוא פרמטר, $-2 < a < 2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה $f(x)$ כתלות בפרמטר a.

כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של a:

(1) $0 < a < 2$

(2) $-2 < a < 0$

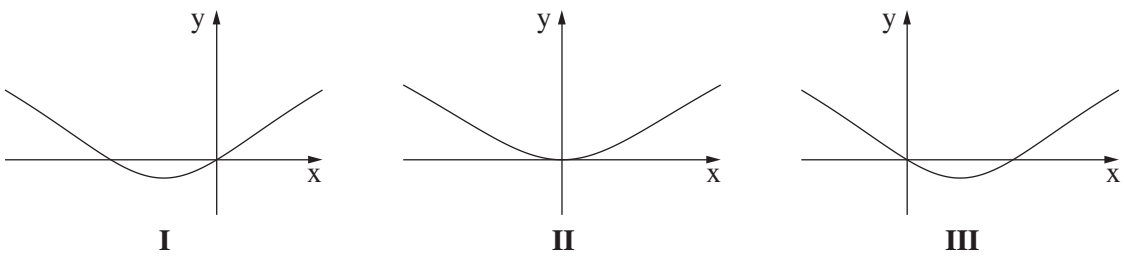
(3) $a = 0$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

ענה על סעיף ה בעבור a המקיים $-2 < a < 0$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x.

ה. הבע באמצעות a וְ־ S את האינטגרל: $\int_0^{-a} \ell n(4x^2 + 4ax + 4)\,dx$.



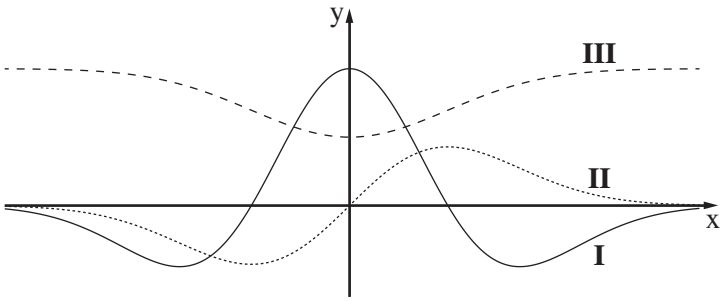
I **II** **III**

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות f'' , f' , f , המוגדרות לכל x .

הגרף III נמצא כולו מעל הגרף II .



א. התאם כל אחד מן הגרפים I , II , III לפונקציות f'' , f' , f .

נמק את קביעתך.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f'(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה־ y .

נתון כי $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$.

ב. מצא בעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל־ $1 + \frac{1}{2e}$.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ט, מועד ב</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$(x-a)^2+y^2=a^2$
ב.	$y^2=4ax$
ג.	$a=3$
ד.	$(3\,,\,3)$
2.	
א.	$\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{2}\cdot\underline{u}+\left(t-\frac{1}{2}\right)\underline{v}+(1-t)\underline{w}$
ב.	$t=\frac{1}{2}$
ג.	$t=\frac{2}{3}\ ,\ t=1$
ד.	$\frac{32\sqrt{2}}{3}$
3.	
א. (1)	$1,\ iz,\ -z^2,\ -iz^3,\ z^4$
(2)	הוכחה
ב. (1)	$cis54^o\ ,\ cis126^o\ ,\ cis198^o$ $cis270^o\ ,\ cis342^o$
(2)	$cis54^o\ ,\ cis126^o\ ,\ cis198^o$ $cis342^o$
ג.	$cis138^o\ ,\ cis258^o$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א.	להראות
ב.	$(0\,,\,0)\ ,\ (-a\,,\,0)$
ג.	$\left(-\frac{a}{2}\ ,\ \ell n\frac{4-a^2}{4}\right)$ מינימום
ד.	$I-(1)$ $III-(2)$ $II-(3)$
ה.	$-S-a\cdot\ell n4$
5.	
א.	$f-III$ $f'-II$ $f''-I$
ב.	$x=\frac{1}{2}$ מינימום $x=-1$ מקסימום
ג.	$f(x)=-\frac{1}{2}e^{-x^2}+1$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $2\times 33\frac{1}{3}$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $1\times 33\frac{1}{3}$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

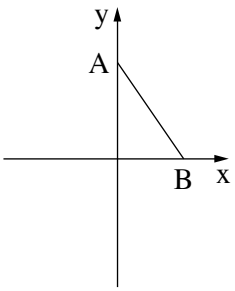
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. אורך הקטע AB הוא 4.



נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה־ y , והנקודה B נמצאת על ציר ה־ x (ראה ציור).
הנקודה M היא אמצע הקטע AB .

א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי
של כל הנקודות M שנבנו כך, וזַהֵה את המקום הגאומטרי הזה.

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש־ $\frac{AL}{LB} = t$. $t > 0$ הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות t את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של t המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.

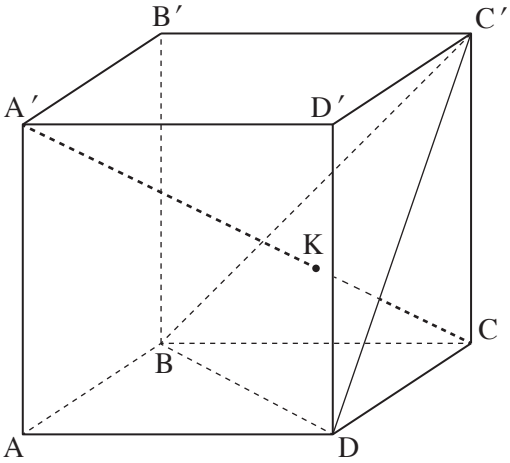
ד. האם קיים $t > 0$ שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה־ x בנקודה $(5, 0)$? נמק.

המשך בעמוד 3

2. $ABCDA'B'C'D'$ היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).

הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

לפתרון בווידאו



א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע $A'C$ ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר $A'C$ מאונך למישור $BC'D$.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר $A'C$ עם המישור $BC'D$.

ג. מצא את היחס $\frac{A'K}{A'C}$.

הנקודה O היא נקודת החיתוך של אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע $C'O$.

3. **א.** **(1)** הוכח כי לכל מספר מרוכב z מתקיים $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב z נמצא על מעגל היחידה,
אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

לפתרון בווידאו

ב. **(1)** הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z+\frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

(2) z_1 ו־ z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.
נתון כי הרכיבים המדומים של z_1 ו־ z_2 הם חיוביים.

הוכח כי אם: $z_1+\frac{1}{z_1}+z_2+\frac{1}{z_2}>2$ אז z_1 ו־ z_2 נמצאים ברביע הראשון.

$w=1\cdot\text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון: $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא w.

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל־ 0.

ג. **(1)** הבע באמצעות α את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את α (מצא את שתי האפשרויות).

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\ell n\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)$, המוגדרת לכל x.

א. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה־ x.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. **(1)** הוכח כי $f(x)=x-\ell n\left(e^x+1\right)$.

(2) הסבר מדוע גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לישר $y=x$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ המוגדרת לכל x.

(1) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

(2) $a>1$ הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה $f(x)$ והראה כי נפח גוף הסיבוב של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x=\ell na$ שווה ל־ $\pi\ell n\left(\frac{2a}{a+1}\right)$. פרט את חישוביך.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x)=\frac{e^{-mx}}{1+x^2}$. m הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור $m \geq 0$.

א. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$?

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

(3) נתון כי כל הפונקציות $f(x)$ מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. **(1)** בעבור $m \geq 0$, מצא את הערכים של m שבעבורם הנגזרת $f'(x)$:

(i) אינה מתאפסת בשום נקודה.

(ii) מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

(iii) מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

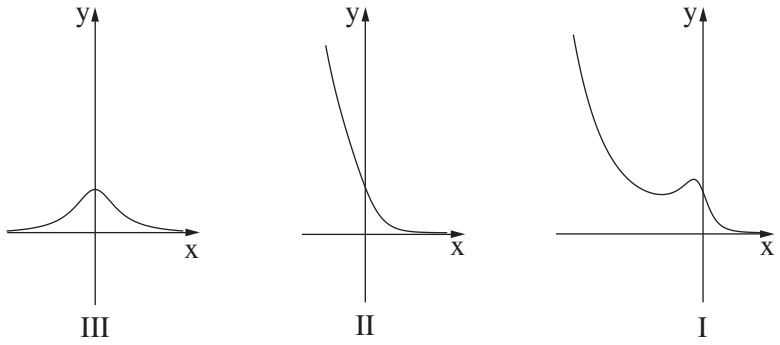
(2) בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I-III) של פונקציות מן המשפחה $f(x)$ בעבור $m \geq 0$.

ידוע כי $m \neq 1$ וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של m .

הַתְאֵם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של m המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I-III .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(-x)$ בעבור $0 < m < 1$.



זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

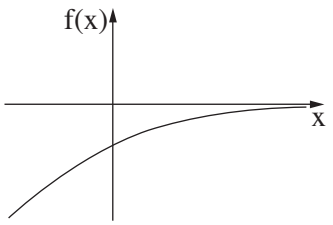
משרד החינוך

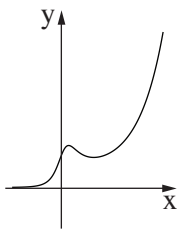
פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ט

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$x^2+y^2=4$ מעגל
ב.	$\left(\frac{t+1}{4t}\right)^2x^2+\left(\frac{t+1}{4}\right)^2y^2=1$ אליפסה
ג.	1
ד.	לא
2.	
א.	90°
ב.	הוכחה
ג.	$\frac{2}{3}$
ד.	הוכחה
3.	
א. (1)	הוכחה
(2)	הוכחה
ב. (1)	להראות
(2)	הוכחה
ג. (1)	$\text{cis}(2\alpha)$, הסבר
(2)	$\frac{\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{5}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$\left(0\ ,\ \ell n\left(\frac{1}{2}\right)\right)$
(2)	אין תחומי חיוביות תחום השליליות: כל x
(3)	$\lim_{x\to\infty} y=0$
(4)	תחום העלייה: כל x אין תחומי ירידה
ב.	
ג. (1)	הוכחה
(2)	הסבר
ד. (1)	תחום החיוביות: כל x אין תחומי שליליות
(2)	להראות

מספר השאלה		התשובה הנכונה
5.		
א. (1)		כל x
(2)		תחום החיוביות: כל x אין תחומי שליליות
(3)		$(0\ ,1)$
ב. (1)	(i	$m>1$
	(ii	$m=1\ ,\ m=0$
	(iii	$0<m<1$
(2)	(I	$0<m<1$
	(II	$m>1$
	(III	$m=0$
ג.		

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

דוגמאות לשאלות דמויות בגרות
שאלון 035582

פעילות לתלמידים
לכיתה י"ב – 5 יח"ל





מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

אוסף שאלות לתרגול שאלון 582, י"ב 5 יחידות

1. <u>גיאומטריה אנליטית</u>

נתון המקום הגיאומטרי של הנקודות המקיימות את המשוואה: $x(6-x)=y(y+8)$.

א. אפיין את המקום הגיאומטרי הנתון. (קבע את סוגו: ישר, מעגל, אליפסה, פרבולה).

ב. מזיזים את המקום הגיאומטרי הנתון בסעיף א' שלוש (3) יחידות שמאלה וארבע (4) יחידות מעלה. לאחר מכן : בכל נקודה על המקום הגיאומטרי: מגדילים את שיעור ה-x פי $\frac{4}{3}$. הראה שהמקום הגיאומטרי שמתקבל באופן זה הוא אליפסה ומצא את משוואתו.

ג. הנקודה D נמצאת על האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף ב. הנקודות F ו- G הם מוקדי האליפסה. מהו היקפו של המשולש DFG ? מהו שטחו המקסימלי? הסבר תשובתך. בטא תשובתך באמצעות שרשים, או דייק עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף ב זהה למקום הגיאומטרי של המספרים המרוכבים z המקיימים את הקשר הבא: $|z-n|+|z-m|=\frac{40}{3}$, (m ,n מספרים ממשיים).

מהם הערכים של n ו- m ?

2. <u>גיאומטריה אנליטית</u>

א. מצא משוואת פרבולה $y^2=2px$, p הוא פרמטר חיובי, אשר המוקד שלה נמצא על האליפסה $x^2+4y^2=36$. פרט שיקוליך.

ב. הנקודה P נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א'. OP הוא מיתר בפרבולה. (O ראשית הצירים). הנקודה Q נמצאת על המיתר OP כך ש-: $\frac{PQ}{QO}=\frac{1}{m}$, $m>1$.

הראה שהמקום הגיאומטרי של הנקודות Q המתקבלות באופן זה הוא פרבולה והבע את משוואתה באמצעות m.

ג. ידוע כי המרחק בין המוקד הימני של האליפסה לבין המוקד של הפרבולה החדשה הוא: $4.5-3\sqrt{3}$. מצא את ערכו של m אם ידוע $1<m<6$.

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

3. <u>מספרים מרוכבים</u>

z_1, z_2 ו- z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים **שונים** הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.

z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

נסמן: $|z_3| = r_3$, $|z_2| = r_2$, $z_1 = r_1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

א. הבע את המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ באמצעות r_1, r_2, r_3 (הערכים המוחלטים של z_1, z_2 ו- z_3).

ב. z_1 ו- z_3 הם שניים מהמספרים מסעיף א. לפניכם שלוש משוואות:

(1) $(z_1)^7 = (z_3)^7 = -128$

(2) $(z_1)^4 = (z_3)^4 = 64$

(3) $(z_1)^8 = (z_3)^8 = -8 - 8i\sqrt{3}$

רק אחת מהמשוואות יכולה להתאים לתכונות של z_1 ו- z_3 .

איזוהי המשוואה המתאימה? נמקו.

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

4. <u>מספרים מרוכבים בשילוב טריגונומטריה במרחב</u>

בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = i$, $a_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

א. (1) מצא את <u>מכפלת</u> 15 האיברים הראשונים בסדרה.

(2) מצא את הערך של n המספר הטבעי הקטן ביותר $(n \neq 1)$ שעבורו: $a_n = a_1$.

ב. המשולש ABC הוא בסיסה של פירמידה משולשת $ABCD$ ישרה שגובהה 2.

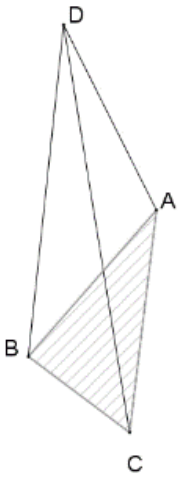
קדקודי הבסיס A, B, C מיוצגים על ידי המספרים a_1, a_2 ו- a_3 בהתאמה.

מצא את:

(1) נפח הפירמידה,

(2) הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס ABC,

(3) הזווית בין הפאה הצדדית ADC לבין פאת הבסיס ABC ?



כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

5. <u>**ווקטורים**</u>

נתונים הישר: $l_1 : \underline{x} = (5,8,-12) + t(1,2,-3)$ והמישור: $\pi_1 : 2x+3y+4z-12=0$

הנקודות B ו-C הן נקודות החיתוך של המישור π_1 עם ציר ה-y וציר ה-z בהתאמה.

הישר l_2 עובר דרך B ו-C.

א. מצא את l_2.

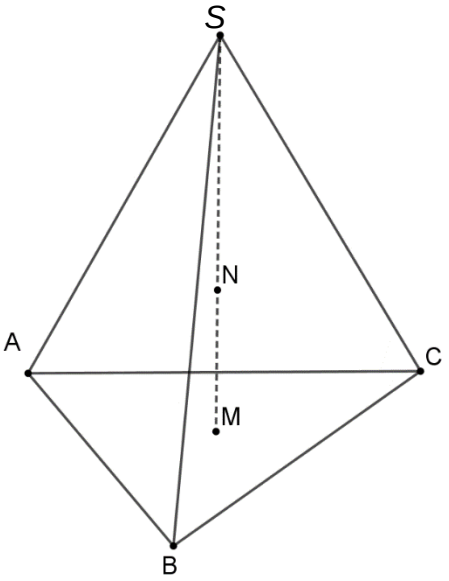
ב. מצא את המצב ההדדי בין l_2 ו- l_1.

ג. המישור π_2 עובר דרך הנקודה $A(1,0,0)$ ודרך הישר l_2 (הישר נמצא על המישור). מצא את <u>משוואת</u> המישור π_2.

ד. האם נכונה הטענה הבאה: הישר: $l_3 : \underline{x} = (12,3,4) + t(12,3,4)$ מאונך ל- π_2 ועובר בראשית הצירים. נמק קביעתך.

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

6. <u>וקטורים</u>



נתונה **פירמידה ישרה** $SABC$ שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

נסמן: $\overrightarrow{SA}=\underline{u}\,,\overrightarrow{SB}=\underline{v}\,,\overrightarrow{SC}=\underline{w}$.

N היא נקודה בתוך הפירמידה כך ש- $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{4}\underline{u}+\frac{1}{4}\underline{v}+\frac{1}{4}\underline{w}$.

M היא נקודה במישור ABC כך ש- $SM\perp ABC$.

א. הוכח כי הנקודות S, M ו-N נמצאות על ישר אחד

ב. (1) הוכח כי: $\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}$.

(2) הוכח: $\overrightarrow{SA}\perp\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{SC}\perp\overrightarrow{AB}$.

ג. נתון גם:

$$\underline{u}=\left(-4\sqrt{3},4,-8\right).\underline{v}=(0,-8,-8),\underline{w}=\left(4\sqrt{3},4,-8\right)$$
$$C\left(4\sqrt{3},4,0\right)$$

מצא

את הנקודות: S, A , B , M.

חשב את נפח הפירמידה $SABC$.

ד. מצא את משוואת המישור ABS .

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

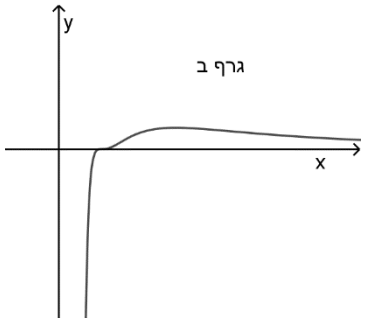
7. <u>אנליזה</u>

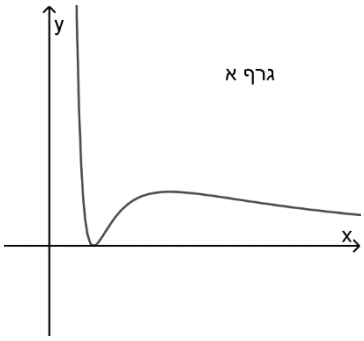
נתונה משפחת הפונקציות: $f(x=\frac{(ln(x))^n}{x}$, n מספר טבעי גדול מ-1.

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציות במשפחה, את נקודת החיתוך שלהן עם ציר ה-x ואת האסימפטוטה האנכית שלהן.

ב. עבור אילו ערכים של n יש לפונקציות במשפחה שתי נקודות קיצון ועבור אילו ערכים יש נקודת קיצון אחת בלבד? נמק קביעתך.

ג. לפניך שני גרפים ששייכים לפונקציות מהמשפחה. קבע עבור כל אחד מהם האם הוא מתאים ל-n זוגי או אי-זוגי. נמק קביעתך.





ד. נתונות הפונקציות: $k(x)=\frac{\left(ln(\frac{1}{x})\right)^2}{x}$, $l(x)=\frac{\left(ln(\frac{1}{x})\right)^3}{x}$

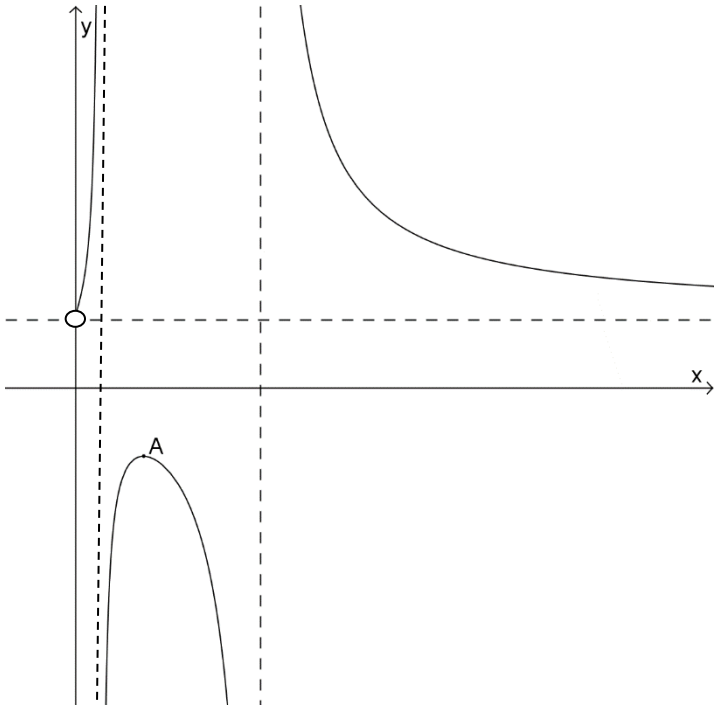
היעזר בגרפים של סעיף ג' ושרטט גרפים עבור $k(x)$, ו- $l(x)$.

ה. חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$g(x)=\frac{\left(\ln(x-1)\right)^2}{(x-1)} \text{ ו- } h(x)=\frac{\left(\ln(x-1)\right)^3}{(x-1)}$$

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

8. <u>אנליזה</u>



א. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\frac{\ln^2 x+a^2}{\ln^2 x-a^2}$,
a הוא פרמטר חיובי.
מצא את:
(1) המשוואות של האסימפטוטות המקבילות לצירים. בטא באמצעות a במידת הצורך.
(2) שיעורי הנקודה A, שהיא נקודת המקסימום של הפונקציה.

ב. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$ והוסף לשרטוט גם את הגרפים של: $g(x)=\frac{\ln^2 x-a^2}{\ln^2 x+a^2}$
ושל: $\left(g(x)\right)^2=\left(\frac{\ln^2 x-a^2}{\ln^2 x+a^2}\right)^2$

שים לב: אין צורך בחקירה מלאה, אלא בנימוק מושכל שמסביר את השרטוט.
הקפד לציין את מיקומן של נקודות הקיצון, נקודות החיתוך עם הצירים ואת האסימפטוטות המקבילות לצירים של כל אחת מהפונקציות.

ג. מצא את ערכו של a , אם נתון ששטחו של המלבן שיוצרות האסימפטוטות המקבילות לצירים של $f(x)$ עם ציר x הוא: e יחידות שטח (בטא תשובתך באמצעות ln או דייק בתשובתך עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

9. <u>אנליזה</u>

נתונה הפונקציות: $f(x)=e^x\cdot\sqrt[3]{x^2}$, $g(x)=e^x\cdot\sqrt[3]{x}$.

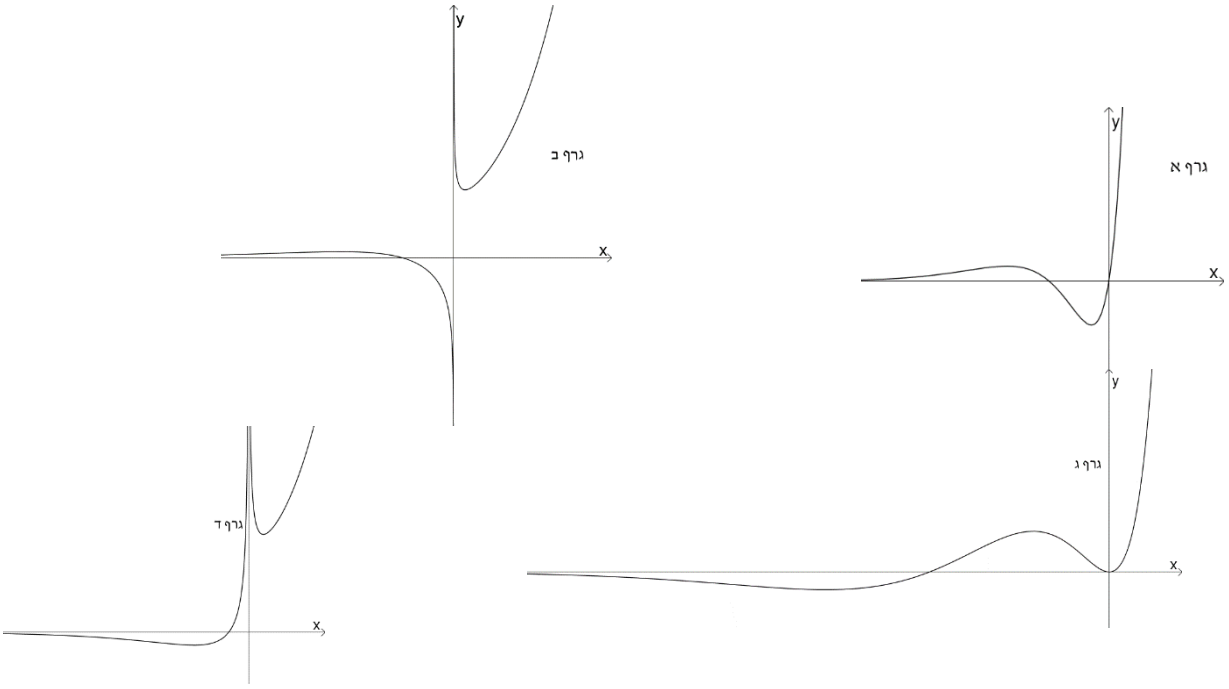
א. עבור כל אחת מהפונקציות:

(1) רשום את תחום ההגדרה,

(2) מצא את תחומי העליה והירידה ואת נקודות הקיצון.

(3) שרטט סקיצה מתאימה.

ב. לפניך ארבעה גרפים. בחר ביניהם את הגרף המתאים ל- $f'(x)$ ואת הגרף המתאים ל- $g'(x)$. נמק בחירתך היטב.



ג. היעזר בגרפים שבחרת ובחקירה שביצעת וקבע

מהן האסימפטוטות האפקיות לגרף הפונקציה: $h(x)=\frac{1}{e^{f(x)}}$

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

10. <u>גדילה ודעיכה בשילוב אנליזה</u>

בשני כלים שונים יש תרביות חיידקים. בכלי א' מתרבים החיידקים באופן בו היחס בין מספר החיידקים ברגע מסוים גדול פי a ממספרם שעה שלמה קודם לכן.
בכלי ב' מתרבים החיידקים לפי הקשר הבא: $g(x) = g(0) \cdot b^x$, x מייצג את הזמן בשעות.
במדידה ראשונה ביום מסוים העריכו את מספר החיידקים בתרבית בכלי א' כ- K ואת מספר החיידקים בכלי ב' כ- $5K$.

במדידה שנייה באותו היום, שנערכה לאחר 3 שעות, היו בכלי א' L חיידקים ובתרבית בכלי ב' $\frac{5}{8}L$ חיידקים.

א. חשב כמה שעות מאז המדידה הראשונה היה מספר זהה של חיידקים בשתי התרביות.

ב. בטא באמצעות K ו- b את:
(1) הפונקציה $f(x)$ המתארת את מספר החיידקים בכלי א', ו-
(2) את הפונקציה $g(x)$ המתארת את מספר החיידקים בכלי ב', לפי הזמן x שנמדד מרגע המדידה הראשונה.

ג. שרטט במערכת צירים את הפונקציה: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ עבור $x > 0$. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, בין ציר ה- x ובין הישרים: $x = 1$, ו- $x = 3$.

מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ט, 2019
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

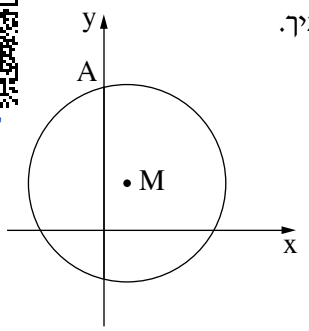
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה־ y בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך.



ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה־ y, החותך את הציר בנקודה E.

נתון כי $AE = 6$.

נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

נסמן ב־ F_1 וב־ F_2 את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.

הנקודות D_1 ו־ D_2 הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה־ y של D_1 חיובי ושיעור ה־ y של D_2 שלילי.

ב. **(1)** מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע $F_1D_1F_2D_2$. נמק.

(2) האם קיים מרובע $F_1D_1F_2D_2$ בעל היקף גדול ביותר? נמק.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

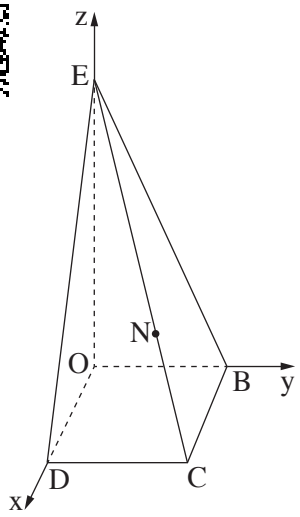
2. נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע.

המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.

נתון: $OD = 4$, $OE = 12$.

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים

והנקודות D , B , E נמצאות על הצירים x, y, z בהתאמה (כמתואר בציור).



א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC .

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC . מן הנקודה N מורידים אנך

לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F . מרחק הנקודה F מציר ה־ y הוא 3 .

ב. מצא את שיעורי הנקודה N .

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD .

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש־ KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K .

לפתרון בווידאו

3. א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^3 = \bar{z}$, $z \neq 0$. z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$.

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת בתת־סעיף ב(1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית 45° (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה $z^4 = a$.

מצא את a .

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית α (נגד כיוון השעון).

הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל־ 0 .

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{ax}-e^{x}}{e^{ax}-3e^{x}+2}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית $x=\ell n2$.

א. מצא את a.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ והראה כי עבור כל $x\neq 0$ בתחום מתקיים: $f(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}-2}$.

ג. **(1)** מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

מגדירים פונקציה $h(x)=\left|\frac{e^{x}}{e^{x}-2}-\frac{1}{2}\right|$.

ד. **(1)** רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר $x=\ell n8$ והישר $x=\ell n16$.

נתון: הפונקציה $h(x)$ סימטרית ביחס לישר $x=\ell n2$.

הנקודות A ו־B נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$, והן סימטריות ביחס לישר $x=\ell n2$.

שיעור ה־x של הנקודה A הוא $\ell n8$.

ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

המשך בעמוד 5

5. $f(x)$ היא פונקציה גזירה לכל x בתחום ההגדרה שלה.

א. הראה שלפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $e^{f(x)}$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x, ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).

לפתרון בווידאו

נתון כי $f(x)=x\ell n(x^n)$. n הוא פרמטר טבעי.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. התייחס לערכים שונים של n.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x. התייחס לערכים שונים של n.

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

ד. **(1)** הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך — הבע באמצעות n).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $n=2$.

ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $e^{x\ell n(x^n)}$ (n טבעי), וקבע את סוגן (אם צריך — הבע באמצעות n).

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

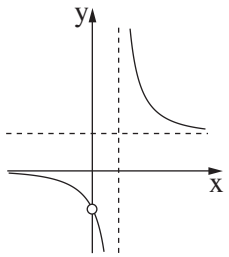
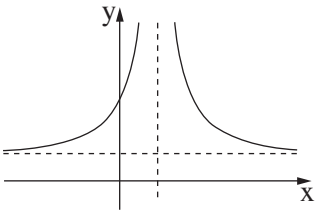
משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תשע"ט

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

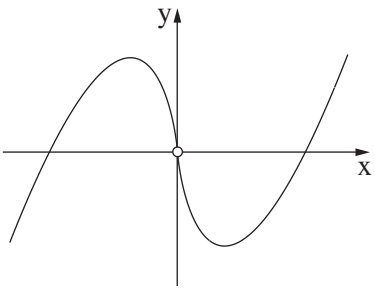
יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$
ב. (1)	$6\sqrt{3}$
(2)	לא
2.	
א.	$\underline{x}=(0,0,12)+t(1,1,-3)$
ב.	$N(3,3,3)$
ג.	71.57^o
ד.	$\underline{x}=(2,2,0)+s(0,0,1)$
3.	
א.	$z_1=1\ ,\ z_2=i$
	$z_3=-1\ ,\ z_4=-i$
ב. (1)	$x^2+y^2=1$
(2)	להראות
ג. (1)	$a=-1$
(2)	הוכחה

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א.	$a=2$
ב.	$x\neq 0$
	$x\neq \ell n2$
	ולהראות
ג. (1)	$x=\ell n2$
	כאשר $x\to+\infty$, $y=1$
	כאשר $x\to-\infty$, $y=0$
(2)	יורדת:
	$x\neq 0$, $x<\ell n2$, $x>\ell n2$
(3)	
ד. (1)	$x=\ell n2$
	$y=\frac{1}{2}$
(2)	
(3)	$S=\ell n\frac{7}{3\sqrt{2}}\approx 0.5$
ה.	$B\left(-\ell n2\ ,\ \frac{5}{6}\right)$
	או $B\left(\ell n\frac{1}{2}\ ,\ \frac{5}{6}\right)$

משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תשע"ט

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	להראות
ב.	$x \neq 0$ בעבור n זוגי
	$x > 0$ בעבור n אי־זוגי
ג.	$(-1,0)$ $(1,0)$ בעבור n זוגי
	$(1,0)$ בעבור n אי־זוגי
ד. (1)	להראות
(2)	מינימום $\left(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e}\right)$
	מקסימום $\left(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e}\right)$
(3)	
ה.	מינימום $\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right)$
	מקסימום $\left(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right)$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.


לפתרון בווידאו

1. נתונה הפרבולה הקנונית $y^2 = 2px$. $p > 0$ הוא פרמטר.
הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו־ $B(x_2, y_2)$ נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא $\frac{4}{3}$,
שיעור ה־ y של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו־ B מאונכים זה לזה.

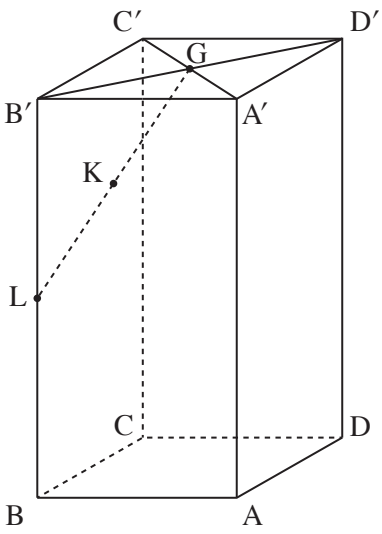
ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו־ B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.

המשך בעמוד 3 ◀

לפתרון בווידאו

2. בתיבה $ABCDA'B'C'D'$ הנקודה L היא אמצע המקצוע BB',
והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה $A'B'C'D'$.
הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).



נסמן: $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הבע באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את $\overrightarrow{DK}$.

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB',
ומצא את היחס $\frac{DK}{DB'}$.

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור $BCC'B'$ בנקודה F.
נתון: $\overrightarrow{AF}=s\cdot\underline{u}+\underline{v}+t\cdot\underline{w}$.

ג. **(1)** מצא את s ואת t, והראה כי הנקודה F נמצאת
על המקצוע $B'C'$.

(2) מצא את היחס $\frac{B'F}{B'C'}$.

לפתרון בווידאו

3. z_A , z_B ו־ z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים
את הנקודות A, B ו־ C במישור גאוס, בהתאמה.
נתון: $|z_A|=|z_B|=|z_C|=\sqrt{65}$,
הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,
z_A ו־ z_C מקיימים את המשוואה: $(8-i)z=(8+i)\bar{z}$.

א. **(1)** מצא את z_A ואת z_C.

(2) הסבר מדוע $\sphericalangle ABC=90^o$.

נתון: $AB=BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג. a_n היא סדרה הנדסית שבה $a_1=z_A$ ו־ $a_2=z_B$.
נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה a_n הוא 0.
הסבר מדוע m מתחלק ב־ 4 ללא שארית.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$.

נסמן: $g(x)=e^x-x$.

א. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, והסבר מדוע לכל x מתקיים: $e^x-x\geq 1$.

ב. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי $f'(x)=\frac{2e^x-xe^x-1}{(e^x-x)^2}$.

ידוע כי הביטוי $2e^x-xe^x-1$ מוגדר לכל x וחיובי בתחום $-1\leq x\leq 1$.

ג. **(1)** חשב את $f(-1)$ ואת $f(1)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1\leq x\leq 1$.

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה־x, על ידי הישר $x=-1$ ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1\leq x\leq 0$.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=\ell n\left(e^{2x}+b\right)$. $b>0$ הוא פרמטר.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה: $g(x)=\ell n\left(e^{x}+be^{-x}\right)$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג. **(1)** הוכח: $f(x)-g(x)=x$.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את ערך הפרמטר b .

ה. הצב $b=4$ וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

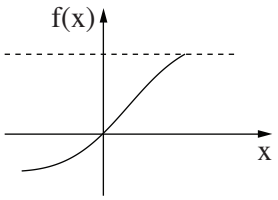
משרד החינוך

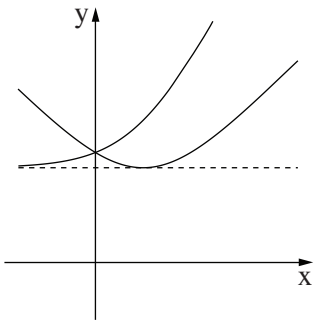
פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ח, מועד ב

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$y^2 = 24x$
ב.	$A(24\ ,\ 24)\ ,\ B(1.5\ ,\ -6)$
ג.	למצוא
2.	
א.	$\overrightarrow{DK} = -\frac{3}{4}\cdot\underline{u} + \frac{3}{4}\cdot\underline{v} + \frac{3}{4}\cdot\underline{w}$
ב.	הוכחה, $3:4$
ג. (1)	ולהראות $t = 1\ ,\ s = \frac{1}{3}$
(2)	$1:3$
3.	
א. (1)	$z_A = 8 + i\ ,\ z_C = -8 - i$ או $z_A \approx \sqrt{65}\,\text{cis}\,7.13^o\ ,$ $z_C \approx \sqrt{65}\,\text{cis}\,187.13^o$
(2)	הסבר
ב.	$z_B = -1 + 8i \approx \sqrt{65}\,\text{cis}\,97.13^o\ ,$ $z_B = 1 - 8i \approx \sqrt{65}\,\text{cis}\,(-82.87^o)$
ג.	הסבר

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	כל x
(2)	והסבר $(0, 1)$
ב. (1)	כל x
(2)	$y = 0\ ,\ y = 1$
(3)	$(0, 0)$
(4)	גזירה
ג. (1)	$f(-1) = \frac{1-e}{1+e} \approx -0.46\ ,$ $f(1) = 1$ 
(2)	הסבר
ד.	$\ell n\left(1 + \frac{1}{e}\right)$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	כל x
(2)	$f(x)$ עולה לכל x.
ב.	כל x
ג. (1)	הוכחה
(2)	$(0, \ell n(b+1))$
ד.	4
ה.	

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו־ $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

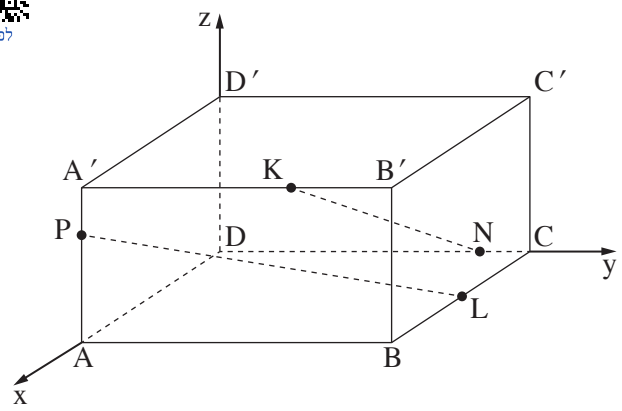
(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. בציור שלפניך נתונה התיבה $ABCDA'B'C'D'$. המקצועות DA, DC ו־DD' מונחים על הצירים x, y ו־z בהתאמה, כמתואר בציור.



נתון: $DA = 4$, $AA' = 3$.

נסמן: $AB = a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות P, N, L ו־K נמצאות על מקצועות התיבה AA', DC, BC ו־$A'B'$ בהתאמה, כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L היא אמצע המקצוע BC,

$\overrightarrow{A'K} = \frac{4}{5}\overrightarrow{DN}$.

א. מצא את משוואת המישור PNK.

ב. **(1)** מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL. אם צריך, הבע באמצעות a.

(2) הסבר מדוע הישרים NK ו־PL הם ישרים מצטלבים.

ג. **(1)** עבור איזה ערך של a $\sphericalangle PC'C = 82.1^o$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\sphericalangle PC'C = 90^o$? נמק.

לפתרון בווידאו

3. z_1 ו־z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^o$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r.

הנקודות A, B ו־C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1, z_2 ו־z_3.

נתון: הנקודות A, B ו־C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

נתון: $z_1 + z_2 = 7 + 7i$

$z_1 - z_2 = 1 - i$

$(z_3)^2 = 2i$

ג. **(1)** מצא את שיעורי הנקודות C ו־D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x)=e^{2mx}-e^{mx}$. $m>0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .

א. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m=1$ ועבור $m=2$ (ידוע ששני הגרפים חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.

הישר $y=k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. **(1)** הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־ y ועל ידי הישר $y=k$.

עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת־סעיף ג(1) ב־ S_m (S_1 הוא השטח עבור $m=1$).

(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m=\frac{S_1}{m}$.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

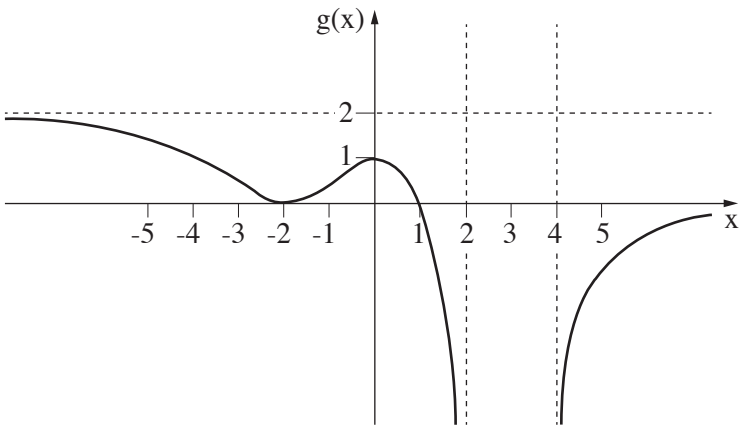
5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x. נסמן $g(x)=\ell n\big(f(x)\big)$.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x>4$ ולכל $x<2$, ורק שם.

בתחום $2\le x\le 4$, $f'(x)=0$ רק עבור $x=3$.

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x=1$ ו־ $x=-2$.



א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו־ $f(1)$.

ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.

ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.

ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx>3$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

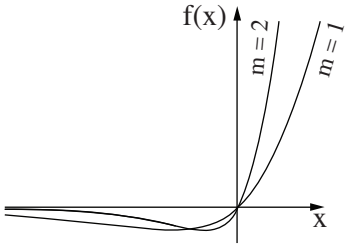
משרד החינוך

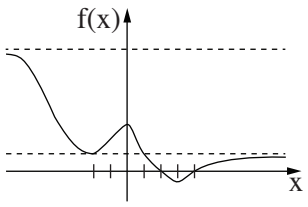
פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ח

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$x = \frac{3}{2}(1-a)$
ב.	להראות כי המקום הגאומטרי הוא מעגל. מרכז המעגל: $(a+4\ ,\ 0)$ רדיוס המעגל: $2\ (a+1)$
ג. (1)	פרבולה
(2)	$y^2 = 60x\ \ ,\ a = 11$
2.	
א.	$13x + 4y - 16z - 20 = 0$
ב. (1)	NK: $(0\ ,\ 5\ ,\ 0) + s(4\ ,\ -1\ ,\ 3)$ PL: $(4\ ,\ 0\ ,\ 2) + t(-2\ ,\ a\ ,\ -2)$
(2)	הסבר
ג. (1)	~ 5.99
(2)	לא
3.	
א.	הוכחה, $i \cdot r^2$
ב.	הסבר
ג. (1)	$D(-625\ ,\ -625)\ ,\ C(1\ ,\ 1)$ $D(625\ ,\ 625)\ ,\ C(-1\ ,\ -1)$
(2)	626

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	כל x
(2)	$(0\ ,\ 0)$
(3)	$y = 0$ (כאשר $x \longrightarrow -\infty$)
(4)	מינימום $\left(\frac{\ell n\frac{1}{2}}{m}\ ,\ -\frac{1}{4}\right)$
ב.	
ג. (1)	$-\frac{1}{8m} - \frac{\ell n\frac{1}{2}}{4m}$
(2)	להראות

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	$f(-2)=1\ ,\ f(0)=e\ ,\ f(1)=1$
ב.	תחומי החיוביות: $x>4\quad ,\quad x<2$
	תחומי השליליות: $2<x<4$
ג.	עם ציר ה־ y : $(0\ ,\ e)$
	עם ציר ה־ x: $(4\ ,\ 0)\ ,\ (2\ ,\ 0)$
ד.	$y=1\ ,\ y=e^2$
ה.	תחומי העלייה: $x\geq 3\ ,\ -2\leq x\leq 0$
	תחומי הירידה: $3\geq x\geq 0\ ,\ x\leq -2$
ו.	
ז.	הסבר

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ח, 2018
מספר השאלון: 035582, 035807, 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני
הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות: $A(0,0)$, $B(19,0)$ ו־ $D(9,0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C , שעבורן CD הוא חוצה זווית במשולש ABC .

ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש ABC שנבנה באופן המתואר בסעיף א?

ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות C שעבורן הצלע BC במשולש ABC משיקה למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

לפתרון בווידאו

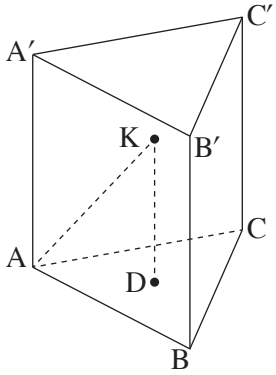
2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע ב־ a .

$ABCK$ היא פירמידה ישרה. DK הוא גובה בפירמידה $ABCK$, כמתואר בציור.

נתון: $DK = t \cdot AA'$,

נפח המנסרה $ABCA'B'C'$ גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה $ABCK$.



א. חשב את t .

ב. מצא את הזווית בין המישור ABK למישור ABC .

נתון: נפח הפירמידה $ABCK$ הוא $12\sqrt{3}$.

ג. מצא את a .

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z ,
והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y .

שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.

ד. **(1)** מצא את שיעורי הקודקוד B' .

(2) מצא את משוואת המישור $AB'K$.

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

3. **א.** פתור את המשוואה $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

נסמן ב־ w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

a_n היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. **(1)** הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה: $a_n = 1 + b \cdot i$. b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה a_n , חוץ מן הנקודה $(1, 0)$, נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x)dx<1$. תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. **(1)** $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x)=g(x)+\frac{1}{2}$.

הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו־c המקיימים $0<b<c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=c-b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{(\ell n\, x)^n}{\sqrt{x}}$. n הוא מספר טבעי.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=e^2$ סביב ציר ה־ x . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל־ $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. מצא את n .

הצב בפונקציה $f(x)$ את n שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה־ x .

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y=0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x)+m$, $m\neq 0$ הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה־ x .

(1) מצא את m .

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x)=k$ פתרון יחיד?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, חורף תשע"ח 2018</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $(x+81)^2+y^2=8{,}100$.

ב. 855 יח"ר .

ג. $C(0,\sqrt{1{,}539})$,$C(0,-\sqrt{1{,}539})$.

<u>שאלה 2</u>

א. $t=\frac{2}{3}$

ב. $69.59°$.

ג. $a=6$.

ד. (1) $B'(3\sqrt{3},3{,}6)$.

(2) $x+\sqrt{3}y-\sqrt{3}z=0$

<u>שאלה 3</u>

א. $Z_1=1+i\,,Z_2=4-3i$

ב. (1) הסבר.

(2) הסבר.

<u>שאלה 4</u>

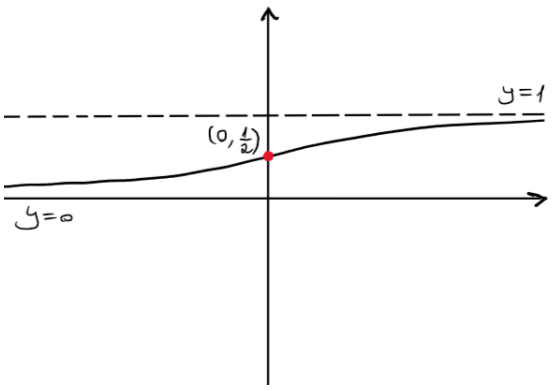
א. (1) כל x.

(2) עלייה : כל x , ירידה : אין.

(3) $(0,\frac{1}{2})$.

(4) $y=1,y=0$.

(5)



ב. הסבר.

ג. (1) הוכחה.

(2) הסבר.

<u>שאלה 5</u>

א. (1) $x > 0$.

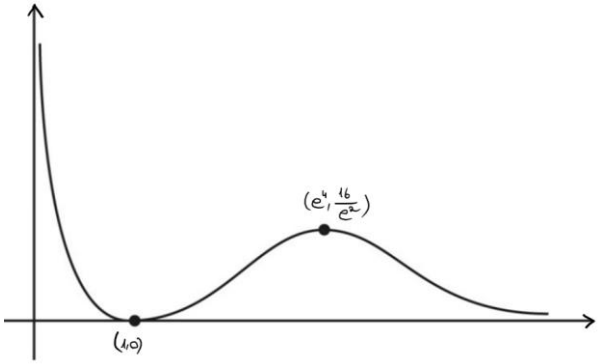
(2) $(1,0)$.

ב. $n = 2$

ג. (1) מינימום : $(1,0)$, מקסימום : $(e^4, \frac{16}{e^2})$.

(2) $x = 0$.

ד.



ה. (1) $m = -\frac{16}{e^2}$.

(2) $k > 0$ או $k = -\frac{16}{e^2}$.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־ 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ־ 5 יחידות לימוד
הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $2\times 33\frac{1}{3}$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $1\times 33\frac{1}{3}$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
	סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונה הנקודה $A(20\,,\,0)$.

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה־ y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר, ℓ_1, המקביל לציר ה־ x.

דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר, ℓ_2, שמאונך לישר AB.

הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 נחתכים בנקודה C.

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

נתון הישר $x = k$. $k < 0$ הוא פרמטר.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את הישר $x = k$ בנקודה N.

קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.

(1) מצא את הערך של k. נמק.

(2) נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.

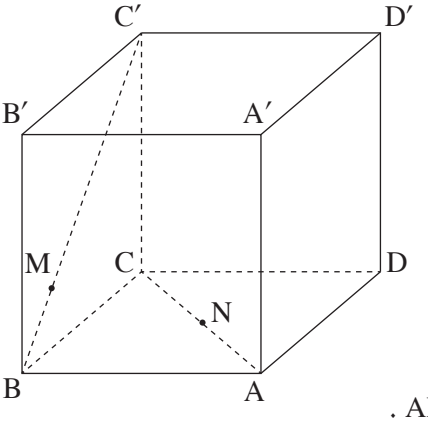
המשך בעמוד 3

2. נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$.

לפתרון בווידאו

נסמן: $\overrightarrow{CB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{CC'} = \underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{AN} = s\,\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BM} = t\,\overrightarrow{BC'}$.



א. מצא את היחס $\frac{s}{t}$ שעבורו MN מקביל למישור $AA'B'B$ $(t \neq 0)$.

נתון: $s = \frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{4}$.

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור $ABCD$.

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו־MN ? נמק.

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC.

הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3}\cdot a\cdot i$ $(a > 0$ הוא פרמטר ממשי$)$.

לפתרון בווידאו

נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו־z_3 המתאימים לקדקודים B ו־C בהתאמה.

נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.

ב. מצא את a.

ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס. n הוא מספר שלם.

הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.


לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $g(x)=2x^2+c$. c הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x)=e^{g(x)}$.

הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו־$g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה־x שלה הוא 2 .

א. מצא את c .

ב. (1) הוכח ש־$f'(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

(2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו־$g'(x)$ חותכים זה את זה.

(3) עבור אילו ערכי x $f'(x)>g'(x)$?

(4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו־$g'(x)$ באותה מערכת צירים.

ג. נתון: $M(2,8)$, $N(-2,-8)$.

MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

הראה שגרף הפונקציה $f'(x)$ מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ell n\left(\frac{1}{x}\right)$. m הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .

(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.

ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב־m .

(1) מצא את שיעורי הנקודה P .

(2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.

הצב את m שמצאת בתת־סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x)\,dx$.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, קיץ מועד ב תשע״ז 2017</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $y^2 = 20x$.

ב. (1) $k = -5$.

(2) $D(15,10\sqrt{3})$

<u>שאלה 2</u>

א. $\frac{S}{t} = 1$

ב. $24.09°$.

ג. מצטלבים.

<u>שאלה 3</u>

א. $Z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2acis(300°)$

$Z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2acis(60°)$

$Z_3 = -2a = 2acis(180°)$

ב. $a = 1$.

ג. הוכחה.

<u>שאלה 4</u>

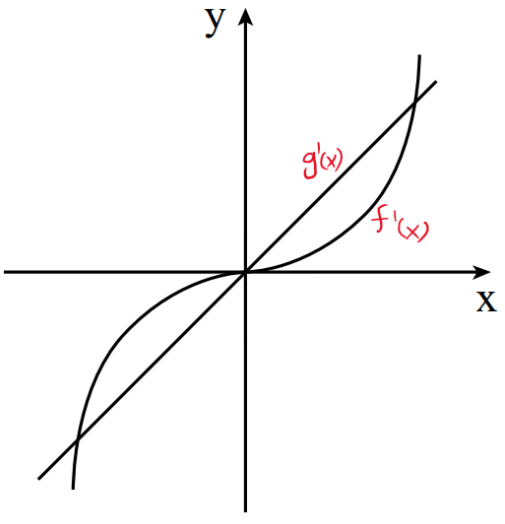
א. $c = -8$.

ב. (1) הוכחה.

(2) $(-2,-8)$, $(2,8)$, $(0,0)$.

(3) $x > 2$ או $-2 < x < 0$.

(4)



ג. הוכחה.

<u>שאלה 5</u>

א. $x > 0$.

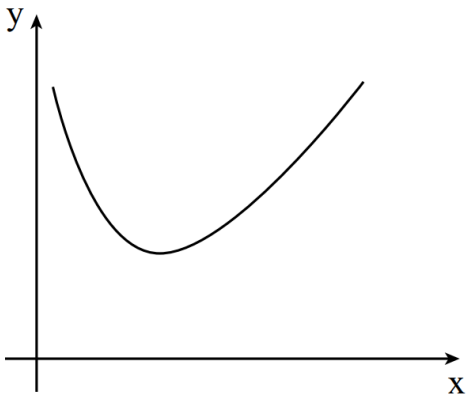
ב. (1) m>0.

(2) מינימום $(m, m - mln(m))$.

ג. (1) $P\ (1,1)$.

(2) $m = 1$.

ד.



ה. $-\frac{1}{2}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ־ 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

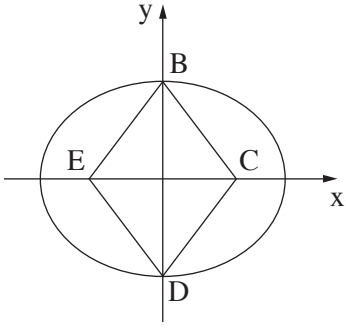
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון מעוין BCDE.



הקדקודים B ו־D נמצאים על ציר ה־y,

והקדקודים C ו־E נמצאים על ציר ה־x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו־D עוברת אליפסה קנונית (ראה ציור), שמוקדיה הם הנקודות C ו־E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה־y של M הוא $\sqrt{15}$.

ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

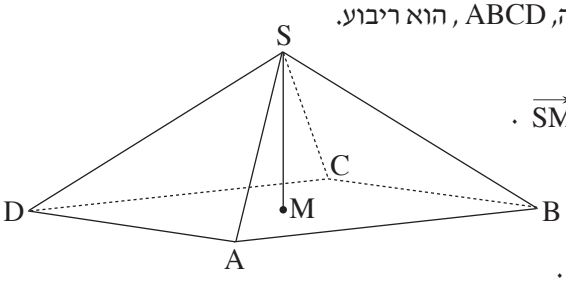
ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה־y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

המשך בעמוד 3

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$, שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע.



M היא נקודה כך ש־ $\overrightarrow{SM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

א. (1) הוכח: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

(2) הוכח ש־ $\overrightarrow{SM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{AC}$.

(3) נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.

נתון: $A(\sqrt{3}\,,1\,,0)$, $C(-\sqrt{3}\,,-1\,,0)$, הנקודות B ו־ D נמצאות במישור $z=0$ ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16 .

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת־סעיף ב(2) ב־ S_1 ו־ S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

המשך בעמוד 4

לפתרון בווידאו

3. א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.

נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב־z_1, z_2 ו־z_3.

נתון כי z_2 הוא ממשי.

ב. (1) הראה ש־z_1, z_2 ו־z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

(2) z_1, z_2 ו־z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n.

מצא את z_5, האיבר החמישי בסדרה.

ג. (1) z_{13}, z_{14} ו־z_{15} (האיברים ה־13, ה־14 וה־15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב) מיוצגים על ידי הנקודות A, B ו־C במישור גאוס, בהתאמה.

חשב את שטח המשולש ABC.

(2) K, L ו־M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים בסדרה z_n.

הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת בתת־סעיף ג(1).

המשך בעמוד 5

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{x^2}-2x}{e^{x^2}}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x.

(2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
נמק את תשובתך.

(5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

המשך בעמוד 6

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $h(x)=\frac{x+3}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $h(x)>0$.

בתחום שבו $h(x)>0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x)=\frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3,\ell n2)$,

וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, קיץ מועד א תשע"ז 2017</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. (1) $B(0,4)$, $D(0,-4)$,$C(3,0)$, $E(-3,0)$.

(2) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

ב. מוקד הפרבולה הוא $c(3,0)$.

ג. $\frac{PC}{k}=1$.

<u>שאלה 2</u>

א. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

(3) נימוק.

ב. (1) $M(0,0,0)$.

(2) $S(0,0,6)$ או $S(0,0,-6)$.

ג. (1) $x-\sqrt{3}y=0$.

(2) C נמצאת על המישור.

<u>שאלה 3</u>

א. $Z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=cis(60°)$

$Z_2=-1=cis(180°)$

$Z_3=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=cis(300°)$

ב. (1) הוכחה.

(2) $Z_2=-1=cis(180°)$

ג. (1) $S_{ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

(2) הוכחה.

<u>שאלה 4</u>

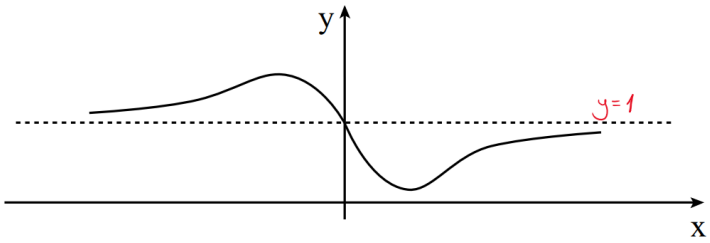
א. (1) לכל x.

(2) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0.142\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},1.858\right)$ מקסימום.

(3) עלייה: $x>\frac{\sqrt{2}}{2}$ או $x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$, ירידה: $-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y=1$.

(5)



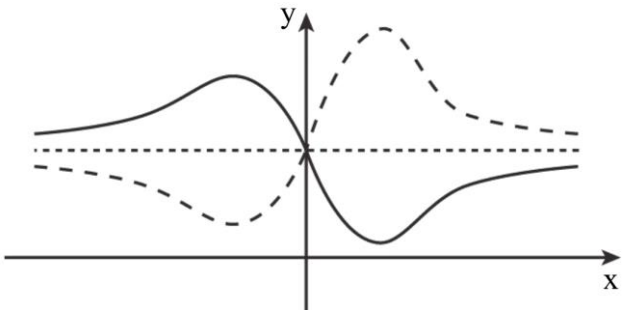
ב. (1) הסבר.

(2) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 7.031\right)$ מקסימום, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.538\right)$ מינימום.

(3) עלייה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, ירידה: $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ או $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y = 1$.

(5)



<u>שאלה 5</u>

א. $x \neq 0$.

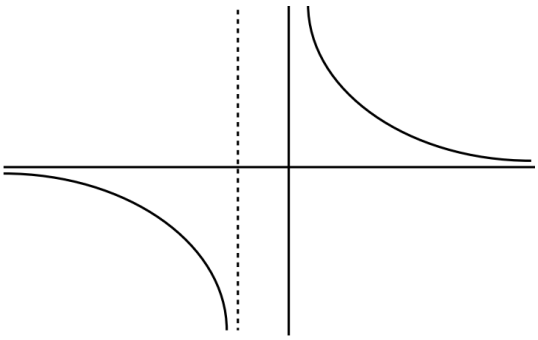
ב. $x > 0$ או $x < -3$.

ג. $f(x) = ln(\frac{x+3}{x})$.

ד. $x = 0, x = -3, y = 0$.

ה. ירידה: $x > 0$ או $x < -3$, עלייה: אין.

ו.



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ־ 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	$66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	$33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

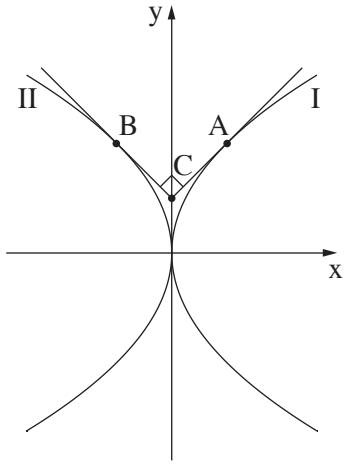
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות שתי פרבולות:




לפתרון בווידאו

I. $y^2 = 4x$

II. $y^2 = -4x$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו־B נמצאות מעל ציר ה־x.

העבירו לפרבולות I ו־II משיקים

דרך הנקודות A ו־B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,

הנמצאת על ציר ה־y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.

ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC וְ־BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו־B הן נקודות ההשקה.

המשך בעמוד 3

2. נתונה פירמידה משולשת $OBCD$,

שבה $OB \perp OD$, $OC \perp OB$, $OD \perp OC$,

כמתואר בציור.

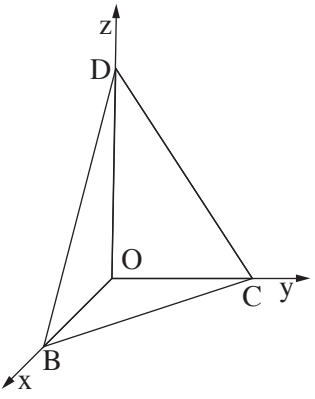
נתון: $OB = 3$, $OC = 4$, $OD = 6$.

הנקודות K ו־ P נמצאות על המקצועות OB ו־ OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OK : KB = 2 : 1$, $OP : PD = 1 : 1$.

דרך הנקודות K ו־ P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q.



לפתרון בווידאו

א. מצא את היחס בין OQ ל־ QC . נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה $OKPQ$ לנפח הפירמידה $OBCD$.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ .

3. z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

I. $z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$

II. $|z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$

לפתרון בווידאו

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1 , y_1)$ ו־ $B(x_2 , y_2)$

$(x_1 < x_2)$.

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו־ B .

ג. נתונה הנקודה $P(x_0 , y_0)$. הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום הגאומטרי I .

נתון: $z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$.

הוכח שהמספר הצמוד ל־ z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II .

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ (x_1 , y_1 הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי (אם יש כאלה).

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$. a ו־b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b.

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ וקעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו־ $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a.

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$. מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונות שתי פונקציות:

$g(x) = \ell n(2 - e^x)$, $f(x) = \ell n(ae^x - be^{2x})$. a ו־ b הם פרמטרים.

נתון: $a > 0$, $b > 0$.

א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח: $a = 2b$.

ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד. נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$. חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$.

ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה $\cap$ בכל תחום הגדרתה.

ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ הוא פונקציה קווית.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות.

בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד חורף תשע"ז 2017</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א $A(1,2)\ ,\ B(-1,2)$.

ב. (1) $M(0,3)$
(2) $x^2+(y-3)^2=2$

<u>שאלה 2</u>

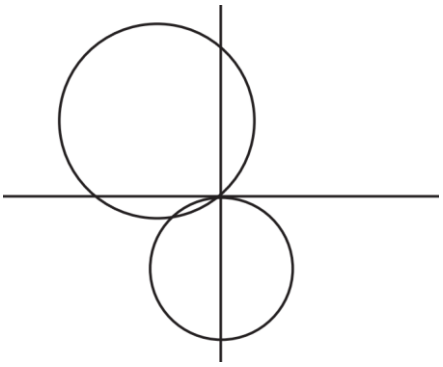
א. $\frac{OQ}{QC}=1$.

ב. $\frac{1}{6}$.

ג. 7.35° .

<u>שאלה 3</u>

א.



I. $(x+1)^2+(y-1)^2=2$

II. $x^2+(y+1)^2=1$

ב. $A(-0.8,-0.4)\ ,\ B(0,0)$.

ג. הוכחה.

ד. $n=5$.

<u>שאלה 4</u>

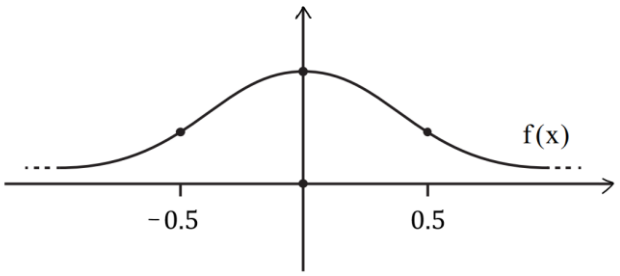
א. $b=0$.

ב. הוכחה.

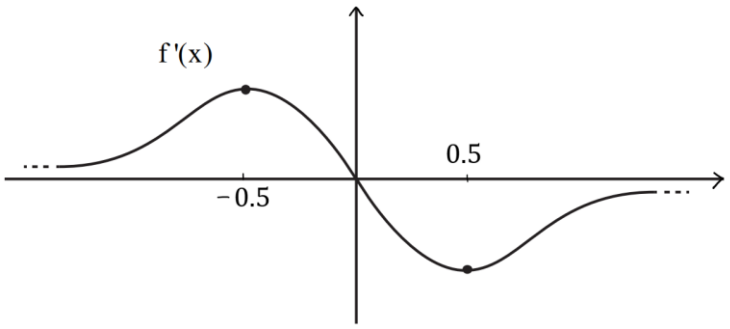
ג. $a=-2$.

ד. (1) $y=0$.

(2)



ה.



ו. $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$.

<u>שאלה 5</u>

א. הוכחה .

ב. $a = 2$, $b = 1$, $(0,0)$ מקסימום .

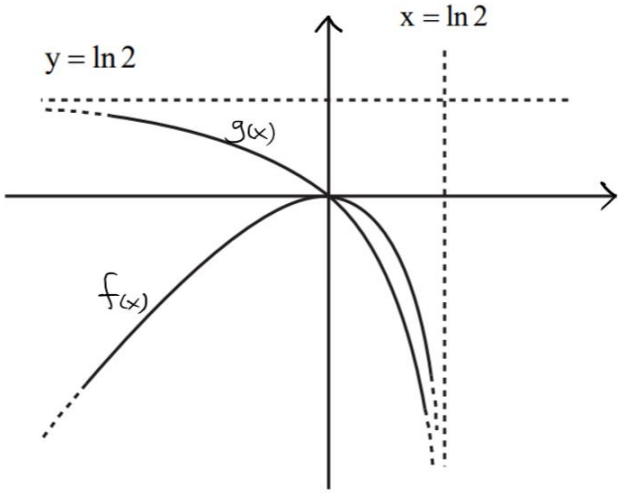
ג. הוכחה .

ד. הוכחה: $f(x) - g(x) = x$.

ה. (1) $f(x)$: $x = ln2$.

$g(x)$: $x = ln2$, $y = ln2$.

(2)



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ־5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,			
	מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$ —	$66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה,			
	פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$ —	$33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו־L נפגשים בנקודה A ,
שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה־x .

א. (1) הראה כי שיעור ה־x של K שווה לשיעור ה־x של L .

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה־x .
המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו־L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.
הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע $AKML$.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. נתון מעגל הנמצא במישור π, ומרכזו בראשית הצירים $O(0,0,0)$.
הישר $\ell_1 : \underline{x} = (2,2,0) + t(1,2,1)$ נמצא במישור π, ומשיק למעגל זה בנקודה B.
א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
ב. הישר $\ell_2 : \underline{x} = (0,1,1) + s(2,-1,1)$ חותך את המישור π בנקודה A.
(1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.
(2) מצא את שטח המשולש AOB.

לפתרון בווידאו

3. א. נתון המספר המרוכב $z = \dfrac{\left(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos\frac{\pi}{12} - i\sin\frac{\pi}{12}\right)^2}$
(1) מצא את $|z|$, ואת הארגומנט (הזווית) של z.
(2) מצא את הערכים של n (n מספר טבעי) שעבורם z^n הוא מספר מדומה טהור.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

ב. נתון המקום הגאומטרי $|(z+\bar{z}) - m(z-\bar{z})| = 40$, m הוא מספר ממשי גדול מ־ 1.
(1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.
(2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר $12 + 8i$ נמצאת על המקום הגאומטרי.
מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$ המוגדרת לכל x.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. מצא את השטח מימין לציר ה־ y, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ y ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר ℓn בתשובתך.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.

השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה־ y, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ y ועל ידי הישר $y = k$.

מהו הערך של k? נמק.

המשך בעמוד 5

5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$

מוגדרות לכל x.

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הן:

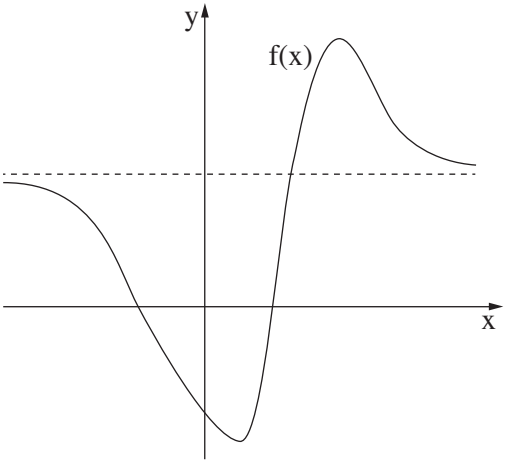
$A(4 , 3e)$, $B(1 , -1.5e)$.

הנקודות $C(-2 , 0)$, $D(2 , 0)$, $E(5 , 2e)$,

נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $x < -2$ ובתחום $2 < x < 5$,

וקעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחום $x > 5$ ובתחום $-2 < x < 2$



א. מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \ell n[f(x)]$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה־ x.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה $y = \ell n(1.5e)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

לפתרון בווידאו

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד ב קיץ תשע״ו 2016</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א . (1) הוכחה .
(2) הוכחה .

ב. $(x-3)^2+y^2=8$

ג. $(x-1)^2+y^2=2$

<u>שאלה 2</u>

א. $B(1,0,-1)$

ב. (1) הוכחה .

(2) $S_{ABO}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

<u>שאלה 3</u>

א. (1) $|Z|=1$, $arg(z)=90°$ \ $arg(z)=\frac{\pi}{2}$.

(2) עבור ערכי n טבעיים אי-זוגיים , נקבל ש-z^n הוא מספר מדומה טהור.

ב. (1) $\frac{x^2}{400}+\frac{m^2y^2}{400}=1$ אליפסה קנונית.

(2) $(0,-10)$,$(0,10)$, $(-20,0)$, $(20,0)$.

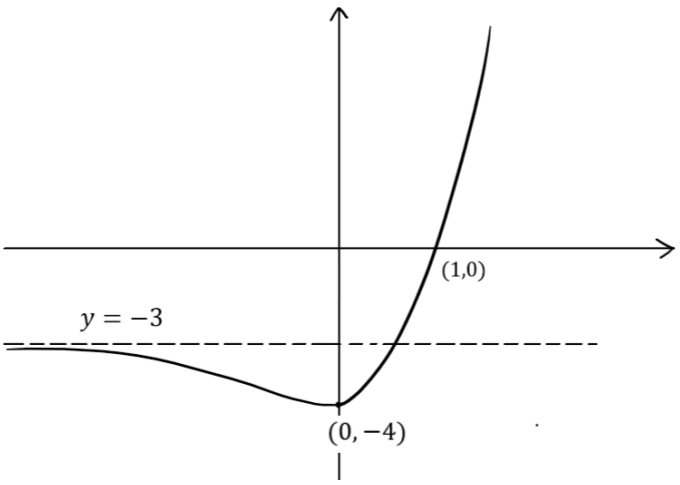
<u>שאלה 4</u>

א. (1) $(0,-4)$, $(1,0)$.

(2) $y=-3$.

(3) $(0,-4)$ מינימום.

(4)



ב. $S = \frac{1}{2ln3} = 0.455$.

ג. $k = 1$.

<u>שאלה 5</u>

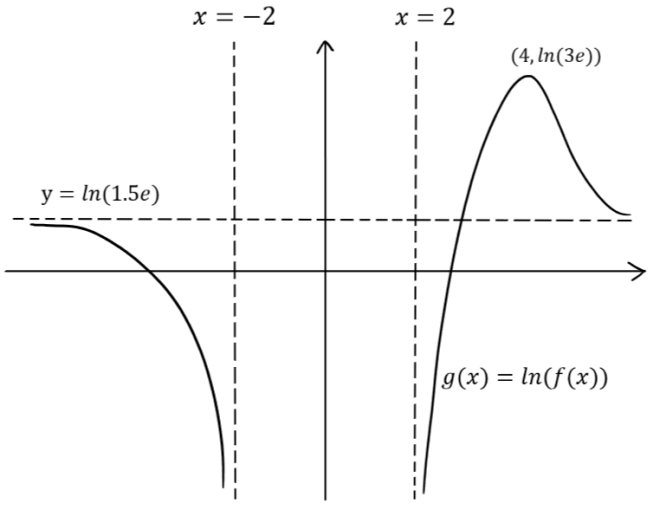
א. $x = -2$ מינימום, $x = 2$ מקסימום , $x = 5$ מינימום.

ב. (1) $x > 2$ או $x < -2$.

(2) $x = -2$, $x = 2$.

(3) $(4, ln(3e))$ מקסימום.

(5)



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ־5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון טרפז $ABCD$ $(AB \| DC)$.

המשכי השוקיים BC ו־ AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה־ x.

הקדקודים A ו־ D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$.

גובה הטרפז הוא 6.

היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים, וענה על סעיפים א ו־ ב.

א. מצא את משוואת הבסיס DC.

נתון כי הקדקודים A ו־ C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B.

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע נתון: $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$,

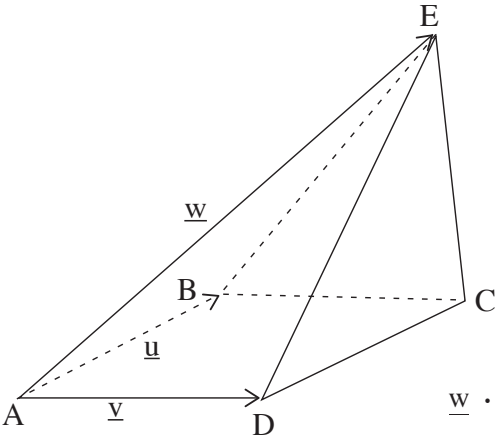
הווקטור $\overrightarrow{AE}$ יוצר זוויות שוות עם הווקטורים $\overrightarrow{AD}$ ו־ $\overrightarrow{AB}$,

אורך צלע הבסיס הוא 5 .

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$,

$\overrightarrow{AE} = \underline{w}$

(ראה ציור).



א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{v} \cdot \underline{w}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש־ $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$.

נתון: $|\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$

ב. מצא את אורך המקצוע AE .

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר־זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת AEDC .

המשך בעמוד 4

לפתרון בווידאו

3. נתון: $z^2 - 2R\,\text{cis}\theta \cdot z - 3R^2\,\text{cis}(2\theta) = 0$,

z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90°$, R הוא מספר ממשי חיובי.

פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו־ z_2 .

z_1 נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות θ ו־ R את z_1 ואת z_2 .

נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו־ z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

ב. מצא את θ .

המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.

ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1 , z_2 , z_3 .

(2) נתון כי שטח המשולש z_1Oz_3 הוא $225\sqrt{3}$ (O — ראשית הצירים)

מצא את הערך המוחלט של z_2 .

המשך בעמוד 5

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.
הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$ ובין הישר $x = -1$.

ג. הפונקציות $h(a)$ ו־$t(a)$ מקיימות:

$$t(a) = \int_{-1}^{a} g(x)dx \quad , \quad h(a) = \int_{-1}^{a} f(x)dx \quad , \quad a \geq -1$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו־$t(a)$.

המשך בעמוד 6

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2}(\frac{1}{2} - \ell nx)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),
וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה),
וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$,
וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת.
באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה־ x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.
הבע באמצעות a , b , ו־ c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו־ $x = e$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד א קיץ תשע"ו 2016</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $-3x+4y+45=0$.

ב. (1) $R=10$.

(2) $D(-9,-18)$.

<u>שאלה 2</u>

א. $\underline{w}\cdot\underline{v}=\underline{w}\cdot\underline{u}=25$

ב. $AE=10$.

ג. (1) $S_{EDC}=\frac{5\sqrt{50}}{2}=17.68$.

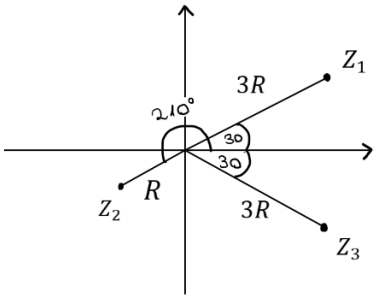
(2) $V_{AEDC}=\frac{25\sqrt{50}}{6}=29.46$

<u>שאלה 3</u>

א. $Z_1=3Rcis\theta$, $Z_2=Rcis(\theta+180°)=-Rcis\theta$.

ב. $\theta=30°$.

ג. (1)



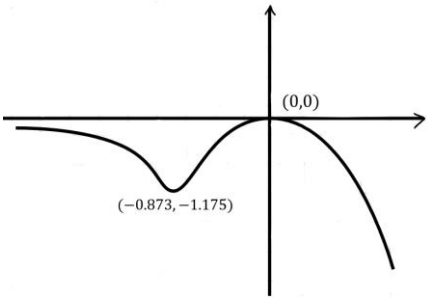
(2) $|Z_2|=R=10$.

<u>שאלה 4</u>

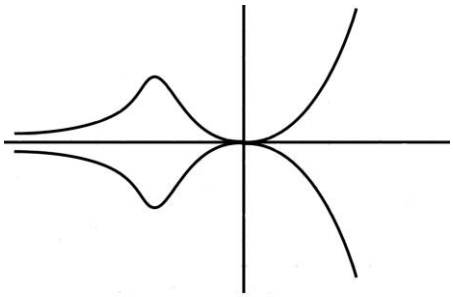
א. (1) $(0,0)$ מקסימום, $(-0.873,-1.175)$ מינימום.

(2) $(0,0)$.

(3)



(4)



ב. $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$.

ג. $(-1,0)$.

<u>שאלה 5</u>

א. (1) $x > 0$.

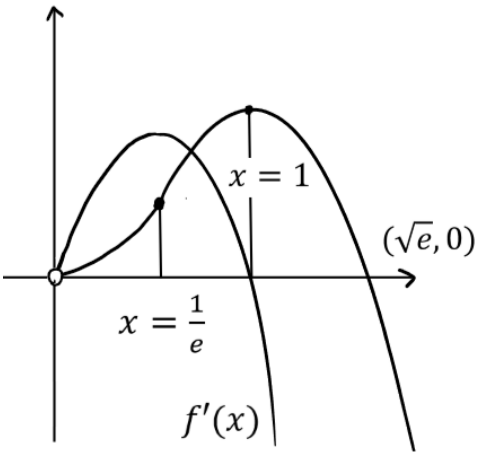
(2) $(\sqrt{e}, 0)$.

(3) $(1, \frac{1}{4})$ מקסימום.

ב. (1) $(\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$ מקסימום.

(2) $(\frac{1}{e}, \frac{3}{4e^2})$ פיתול.

ג. (1)



(2) $\frac{1}{e} < x < 1$

ד. $S = 2b - a - c$

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ־ 5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $2\times 33\frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $1\times 33\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

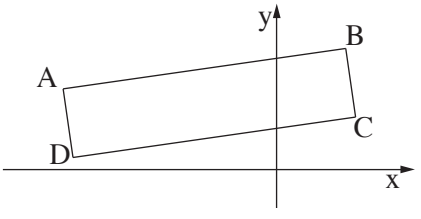
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. מעגל שמרכזו על ציר ה־ x עובר דרך הנקודות $(4\ ,\ 1)$ ו־ $(3\ ,\ -6)$ (שאינן קדקודי המלבן שבציור).

לפתרון בווידאו



הצלע AB של המלבן ABCD מונחת על ישר העובר דרך הנקודות האלה.

קדקודי המלבן ABCD נמצאים ברביע הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה־ x .

ב. המשכי הצלעות BC ו־ AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה־ x .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן ABCD .

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה $AOBC$.

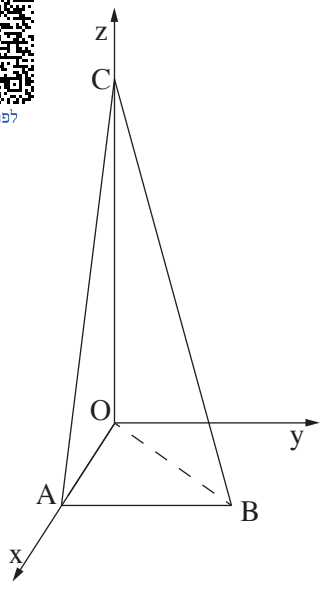
המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה־ x ,

המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה־ z ,

והמקצוע AB נמצא במישור $[xy]$, כך ששיעור ה־ x

ושיעור ה־ y של הקדקוד B חיוביים

(ראה ציור).



נתון: $AO = 3$, $CO = 12$, $BO = 5$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

א. מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה־ y ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור $[zy]$.

ג. נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור $[xy]$

כך ש־ $CB = CD$.

מצא את הזווית בין הישר CD למישור $[zy]$.

לפתרון בווידאו

3. המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2

ומרכזו ראשית הצירים O .

המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4

ומרכזו ראשית הצירים O .

נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .

המספרים z_1 ו־ z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.

z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי z_1 ו־ z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.

מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4.

ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ell n(ax-2)}{ax-2}$, a הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

ענה על הסעיפים א ו־ ב עבור $a>0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה־ x .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ענה על הסעיפים ג ו־ ד עבור $a<0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

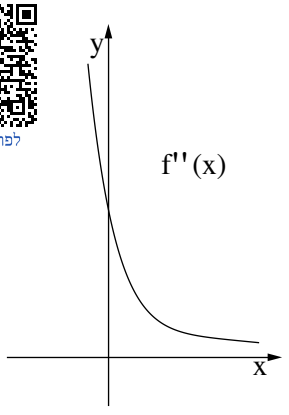
ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2\ ,\ 0)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ x

ועל ידי הישר $x=\frac{e+2}{a}$ (ערך מספרי).

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו



5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+2x+a}{e^x}$, a הוא פרמטר גדול מ־ 4 .
בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.
הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה־ x .
הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x , ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x=1$, שווה ל־ $5-\frac{8}{e}$.
מצא את הערך של a .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד חורף תשע"ו 2016</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $(3,0)$, $(-7,0)$.
ב . 23.8 .

<u>שאלה 2</u>

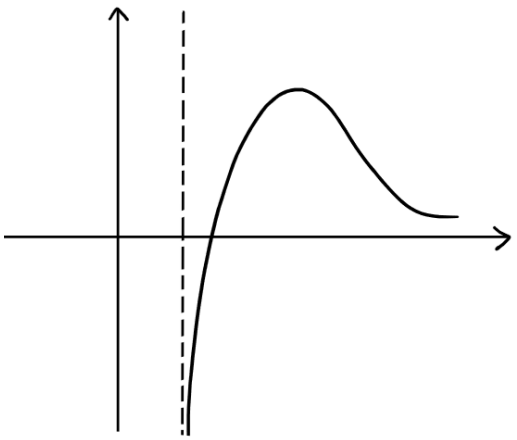
א. הישר AB מקביל לציר ה-y.
ב. $14.036°$.
ג. $13.342°$.

<u>שאלה 3</u>

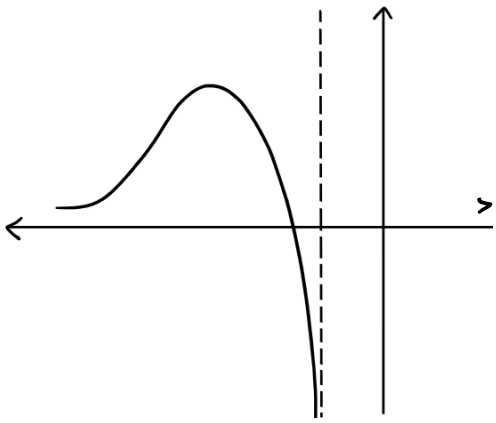
א. הוכחה .
ב. $225°$.
ג. $18\sqrt{3}$.

<u>שאלה 4</u>

א. (1) $x > \frac{2}{a}$.
(2) $x = \frac{2}{a}$.
(3) $(\frac{3}{a}, 0)$.
(4) $(\frac{e+2}{a}, \frac{1}{e})$ מקסימום.
ב.



ג.



ד. $\frac{1}{2}$.

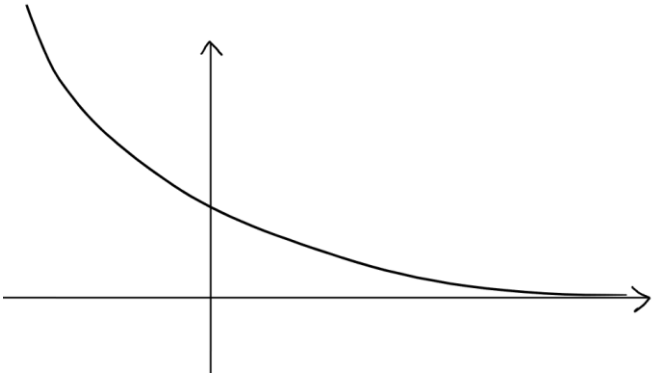
<u>שאלה 5</u>

א. (1) $(0,a)$.

(2) <u>עלייה</u>: אין, <u>ירידה</u>: כל x.

(3) לא.

(4)



ב. לא.

ג. $a=5$.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807 , 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

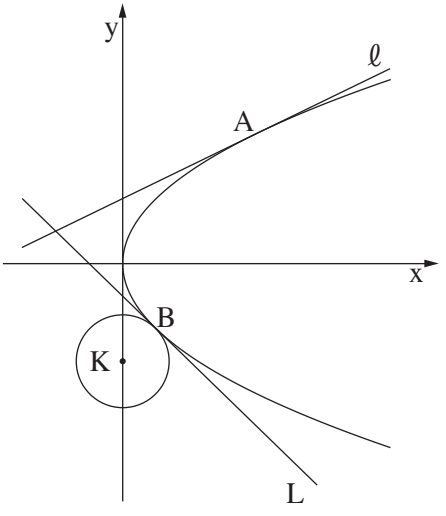
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה $y^2 = 4x$.

לפתרון בווידאו

הישרים ℓ ו־ L משיקים לפרבולה בנקודות A ו־ B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי, כמתואר בציור.



המשיקים נפגשים בנקודה $(1\ ,\ -2)$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A , ואת השיעורים של הנקודה B .

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל שמרכזו K נמצא על ציר ה־ y (ראה ציור).

מעגל שמרכזו M משיק לציר ה־ y בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו K .

המרכז M נמצא משמאל לציר ה־ y .

(1) מצא את השיעורים של המרכז K .

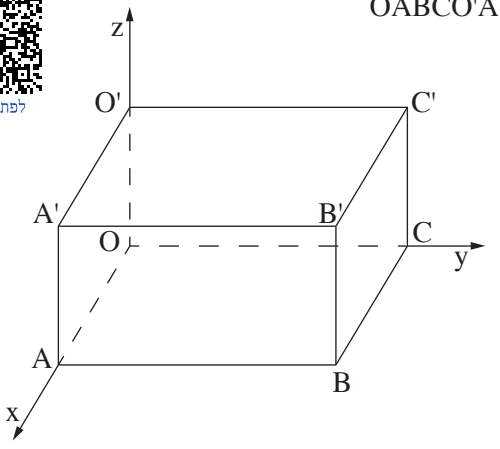
(2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. המקצועות OA, OC ו־ OO' של התיבה $OABCO'A'B'C'$ מונחים על הצירים, כמתואר בציור.



נתון כי המישור $2x + y + 2z - 2m = 0$ עובר דרך הקדקודים A, C ו־ O'.

m הוא פרמטר גדול מ־ 0.

א. האם הישר BC' מקביל למישור הנתון או חותך אותו? נמק.

ב. הישר $O'M$ נמצא במישור הנתון, ואינו מתלכד עם הישר $O'A$.

(1) האם הישרים BC' ו־ $O'M$ מקבילים? נמק.

(2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו־ $O'M$.

ג. דרך הקדקודים C' ו־ B העבירו אנכים למישור ACO'. האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו־ F. אורך הקטע EF הוא $2\sqrt{2}$. מצא את הערך של m.

לפתרון בווידאו

3. א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$. z הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים, z_1 ו־ z_2, נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.
המרחק של z_1 מראשית הצירים שווה למרחק של z_2 מהראשית.
נתון: $z_1 = 1 + iy_1$ (y_1 הוא מספר ממשי).
מצא את הארגומנט של z_2.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n\frac{a+x}{a-x}$. a הוא פרמטר גדול מ־ 0.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ x.

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הישר $y=x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

לפונקציה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{4e^x}{e^x-2}+e^x+4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=-1$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y.

ג. נתונה פונקציה המקיימת $F(x)=\int f(x)\,dx$ בתחום $x>\ell n2$.

מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד ב קיץ תשע"ה 2015</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $A(4,4)$, $B(1,-2)$.

ב. (1) $K(0,-3)$

(2) $(x+\frac{7}{2\sqrt{2}})^2+y^2=\frac{49}{8}$

<u>שאלה 2</u>

א. הישר BC' מקביל למישור הנתון.

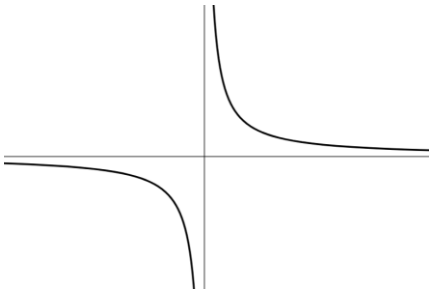
ב. (1) לא, הישרים BC' ו-$O'M$ מצטלבים.

(2) $\frac{2}{3}m$.

ג. $m=2$.

<u>שאלה 3</u>

א.



ב. $225°$.

<u>שאלה 4</u>

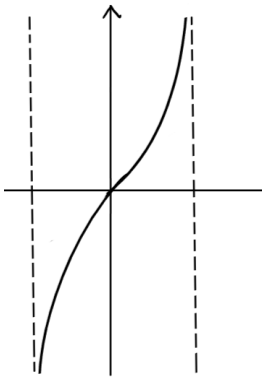
א. (1) $-a<x<a$.

(2) $x=-a$, $x=a$.

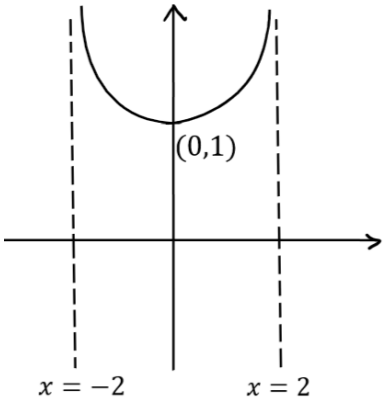
(3) <u>עלייה</u>: $-a<x<a$, <u>ירידה</u>: אין .

(4) $(0,0)$.

ב.



ג.



<u>שאלה 5</u>

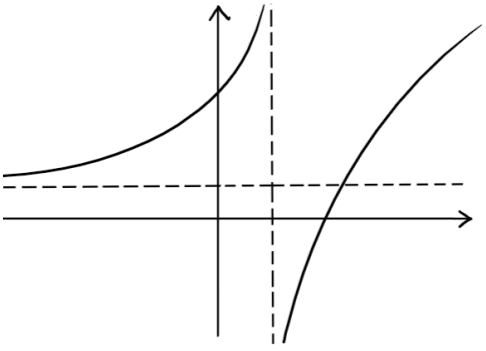
א. (1) $x \neq ln2$.

(2) $x = ln2$, $y = 4$.

(3) <u>עלייה</u>: $x > ln2$ או $x < ln2$, <u>ירידה</u>: אין .

(4) $(0,9), (ln4,0)$.

(5)



ב. $4ln(2-\frac{1}{e}) + 5 - \frac{1}{e} \approx 6.592$.

ג. $x = ln4$ (מינימום).

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 035807, 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 ($33\frac{1}{3}$ נקודות — לכל שאלה).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה־ x .

א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p + 4$,
מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה־ y .

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה־ x בנקודות T ו־ S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16 .

מצא את השיעורים של הנקודה K . (מצא את שתי האפשרויות.)

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.

מישור π מאונך לישר ℓ, וחותך את ציר ה־ x בנקודה A.

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה־ x במרחק 8 מראשית הצירים O.

נקודות B ו־ C הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה־ y ועם ציר ה־ z בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד משלשת המקצועות של הפירמידה $OABC$.

(2) האם הפירמידה $OABC$ היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש־ OD חוצה־זווית AOC.

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC? נמק.

לפתרון בווידאו

3. נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_3, z_2, z_1, z_0 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}\,i$.

ב. מצא את הערך של n.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=a\cdot x\cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=-1$, אם נתון כי $a=2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=[f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

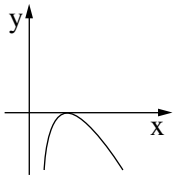
5. נתונה הפונקציה $f(x)=a\cdot x\cdot \ell nx-x^2$, a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

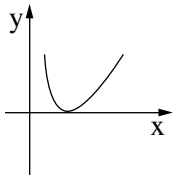
ב. הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה־ x שלה באמצעות a .

ג. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$? נמק.

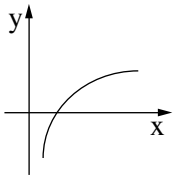
I



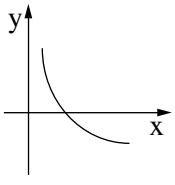
II



III



IV



ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל־ 0 , מצא את הערך של a .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.

(3) האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.

ה. מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ־ 0.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד א קיץ תשע"ה 2015</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $\frac{32}{p}+\frac{p}{2}$.

ב. $y^2=8x$.

ג. $(6,\sqrt{48})$, $(6,-\sqrt{48})$.

<u>שאלה 2</u>

א. (1) $BC=\sqrt{32}$, $AB=\sqrt{80}$, $AC=\sqrt{80}$, $OC=4$, $OB=4$, $AO=8$.

(2) הפירמידה אינה ישרה.

ב. מצטלבים .

<u>שאלה 3</u>

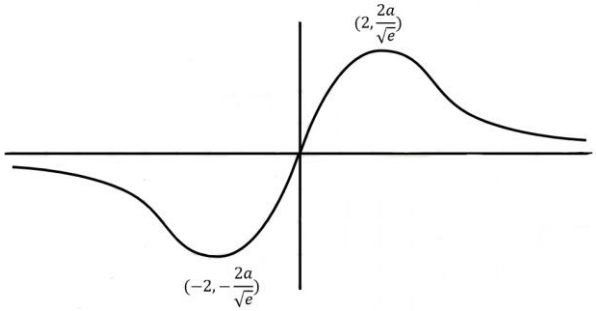
א. הוכחה.

ב. $n=8$.

<u>שאלה 4</u>

א. הוכחה .

ב.



ג. $16-\frac{16}{\sqrt[8]{e}}\approx 1.88$ יח"ר.

ד. $x=-2$ מקסימום, $x=2$ מקסימום, $x=0$ מינימום.

<u>שאלה 5</u>

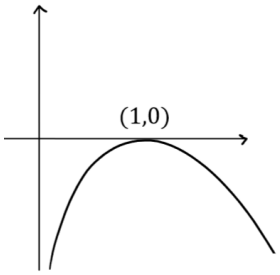
א. $x>0$.

ב. $x=\frac{a}{2}$.

ג. גרף IV

ד. (1) $a=2$.

(2)



(3) לא.

ה. $a > 2$.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317 ,035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

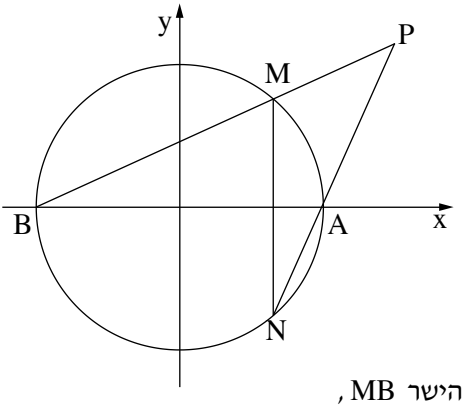
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$.



המעגל חותך את ציר ה־ x בנקודות A ו־ B .

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה־ x .

א. הישרים MB ו־ NA נפגשים בנקודה $P(x,y)$, כמתואר בציור (MN אינו מונח על ציר ה־ y).

(1) נסמן: $M(x_0,y_0)$.

הבע באמצעות x_0 ו־ y_0 את משוואת הישר MB , ואת משוואת הישר NA .

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x,y)$, הנוצרות באופן שתואר, מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$.

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה־ y , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA .

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

/המשך בעמוד 3 /

לפתרון בווידאו

2. נתון משולש שקדקודיו הם: $A(-10,3,11)$, $B(-2,-5,-5)$, $C(1,1,1)$.

גובה המשולש AB לצלע CD הוא .

א. מצא את השיעורים של הנקודה D .

ב. נתונה הנקודה $E(-1,5,-2)$.

מהי הזווית בין הישר CE:

(1) לישר AB ?

(2) לישר BC ?

(3) למישור ABC ?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC . נמק.

לפתרון בווידאו

3. א. פתור את המשוואה: $|z|i+2z=\sqrt{3}$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

z_1 הוא קדקוד הראש של משולש שווה־שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

z_2 ו־ z_3 הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2=1$.

המספר המרוכב w מקיים: $w=z_1\cdot z_2\cdot z_3$.

חשב את הסכום $w+w^2+w^3+w^4+...+w^{4n}$.

n הוא מספר טבעי.

/המשך בעמוד 4 /

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2^{x-m}+2^{m-x}}$,

ונתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=f'(x)\cdot f(x)$

$$g(2)=-\frac{3}{4}\ell n2$$

m הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).

לפתרון בווידאו

5. נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x)=\frac{\ell n(-x)+2}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

לפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=-\frac{1}{f'(x)}$.

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד א קיץ תשע"ה 2015</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. (1) $\underline{\text{MB}}: y=\frac{y_0}{x_0+5}x+\frac{5y_0}{x_0+5}$, $\underline{\text{NA}}: y=\frac{y_0}{5-x_0}x-\frac{5y_0}{5-x_0}$.

(2) הוכחה.

ב. $\sqrt{12.5}=2.5\sqrt{2}$.

<u>שאלה 2</u>

א. $D(-4.5,-2.5,0)$.

ב. (1) 90° .

(2) 90° .

(3) 90° .

ג. 39.23° .

<u>שאלה 3</u>

א. $z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$.

ב. הסכום הוא אפס.

<u>שאלה 4</u>

$3\frac{1}{16}$

<u>שאלה 5</u>

א. $x<0$.

ב. $(-\frac{1}{e},-e)$ מינימום .

ג. $x=-\frac{1}{e^2}$, מינימום .

ד. (1) $x<0$, $x\neq-\frac{1}{e^2}$.

(2) $(-\frac{1}{e},\frac{1}{e})$ מינימום .

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: דצמבר 2014, תשע"ה, **מועד ד**
מספר השאלון: 035807 , 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

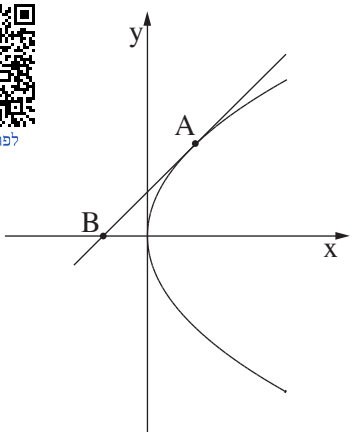
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונה הפרבולה $y^2 = 2px$, p הוא פרמטר חיובי.



א. בנקודה A שעל הפרבולה העבירו משיק לפרבולה.
המשיק חותך את ציר ה־x בנקודה B (ראה ציור).

(1) הוכח כי $x_B = -x_A$

(x_B הוא שיעור ה־x של הנקודה B
x_A הוא שיעור ה־x של הנקודה A)

(2) נתון כי משוואת המשיק AB היא $y = x + 2$.
מצא את שיעורי הנקודה A ואת משוואת הפרבולה.

ב. C היא נקודה על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בתת־סעיף א(2)
(C אינה בראשית הצירים).
בנקודה C העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה־y בנקודה D.
הנקודה F היא מוקד הפרבולה. הראה כי FD מאונך למשיק הזה.

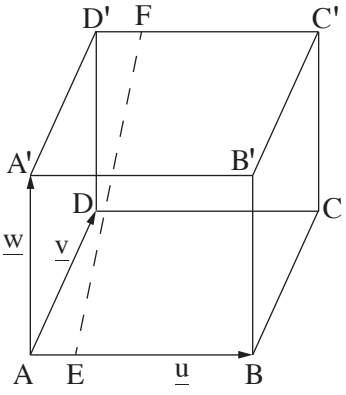
המשך בעמוד 3

2. בתיבה $ABCDA'B'C'D'$ הנקודות E ו־F נמצאות על המקצועות AB ו־$D'C'$ בהתאמה.
EF מקביל למישור $AA'D'D$.

לפתרון בווידאו

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$

(ראה ציור).



נתון: $\overrightarrow{D'F} = t \cdot \overrightarrow{D'C'}$,

$\overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AB}$.

א. הראה כי $k = t$.

H היא נקודה שמקיימת $\overrightarrow{AH} = t \cdot \overrightarrow{AC'}$.

ב. הראה שהנקודה H נמצאת על EF .

ג. נתון גם: התיבה הנתונה היא קובייה, ו־$t = \frac{2}{5}$.
חשב את הזווית בין $\overrightarrow{BH}$ לבין המישור ABCD .

3. א. פתור את המשוואה $z^2 = -8 - 8\sqrt{3}\,i$.
z הוא מספר מרוכב.

לפתרון בווידאו

פתרון המשוואה שנמצא ברביע השני הוא איבר ראשון בסדרה חשבונית, והפתרון האחר גדול פי 4 מהפרש הסדרה.

ב. הראה כי $z = 0$ הוא איבר בסדרה, ומצא את מקומו בסדרה.

ג. כל איברי הסדרה נמצאים על קו ישר. מצא את משוואת הקו הישר.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

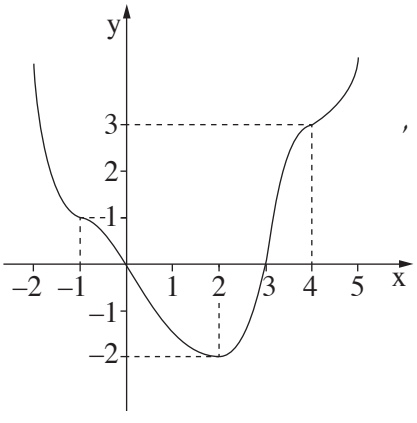
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מוצג גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

בתחום $-2 \le x \le 5$.

נתון: $f(3)=d$, $f(2)=c$, $f(0)=b$, $f(-1)=a$,

a, b, c ו־d הם פרמטרים.



לפתרון בווידאו

א. מצא את:

(1) תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$

וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$

בתחום. נמק.

(2) משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$

בנקודת הפיתול שלה בתחום (בטא בעזרת פרמטרים מתאימים).

ב. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f'(x)$ ובין ציר ה־x, בתחום $-1 \le x \le 3$

(בטא בעזרת פרמטרים מתאימים).

ג. נסמן ב־x_1 את שיעור ה־x של נקודת המקסימום הפנימית של $f(x)$

וב־x_2 את שיעור ה־x של נקודת הפיתול של $f(x)$ בתחום.

בטא בעזרת פרמטרים מתאימים (מהפרמטרים המופיעים בפתיח השאלה) את הערך של האינטגרל: $\int_{x_1}^{x_2} f'(x)e^{-f(x)}dx$

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{1}{\ell nx}$,

$g(x)=\ell n(\frac{1}{x})$.

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה) של כל אחד מהגרפים של הפונקציות.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

ד. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הגרפים של הפונקציות.

ה. הישר $x=t$ $(t>0\ ,\ t\neq 1)$ חותך את הגרפים של הפונקציות בנקודות A ו- B .

מצא את הערכים של t שעבורם אורך הקטע AB הוא מינימלי. מהו האורך המינימלי?

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד ד קיץ תשע"ד 2014</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א .(1) הוכחה.

(2) $A(2,4)$,$y^2 = 8x$.

ב. הוכחה.

<u>שאלה 2</u>

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. $29.017°$.

<u>שאלה 3</u>

א. $2 - 2\sqrt{3}i$, $-2 + 2\sqrt{3}i$.

ב. $a_5 = 0$.

ג. $y = -\sqrt{3}x$.

<u>שאלה 4</u>

א. (1) <u>קעירות כלפי מעלה</u>: $2 < x < 5$, <u>קעירות כלפי מטה</u>: $-2 < x < 2$.

(2) $y = -2x + 4 + c$

ב. $2b - a - d$.

ג. $\frac{1}{e^b} - \frac{1}{e^c}$.

<u>שאלה 5</u>

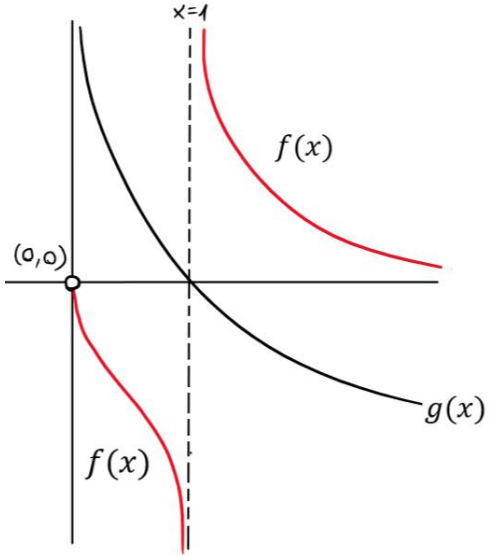
א. <u>תחום ההגדרה של</u> $f(x)$: $x > 0$, $x \neq 1$, <u>תחום ההגדרה של</u> $g(x)$: $x > 0$.

ב. לפונקציה $f(x)$ אין נקודות חיתוך עם הצירים ולפונקציה $g(x)$ יש נקודת חיתוך עם ציר ה-x $(1,0)$.

ג. $f(x)$: <u>תחום ירידה</u>: $x > 1$, $0 < x < 1$, <u>תחום עלייה</u>: אין.

$g(x)$: <u>תחום ירידה</u>: $x > 0$, <u>תחום עלייה</u>: אין.

ד.



ה. $t = e$ או $t = \frac{1}{e}$, עבורם אורך הקטע $AB = 2$ הוא מינימלי.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, **מועד ג**
מספר השאלון: 317 , 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-16}=1$, a הוא פרמטר חיובי שונה מ־ 4 .

א. מצא עבור אילו ערכים של a המשוואה מייצגת אליפסה.

לפתרון בווידאו

אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-16}=1$ חותכת את הקרן השלילית של ציר ה־ y בנקודה A .

F_1 הוא המוקד הימני של האליפסה, ו־ F_2 הוא המוקד השמאלי.

הישר AF_1 יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה־ x זווית של 26.566^o .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים מהמוקד F_1 ומן הישר שעובר דרך המוקד F_2 ומקביל לציר ה־ y . נמק.

המשך בעמוד 3

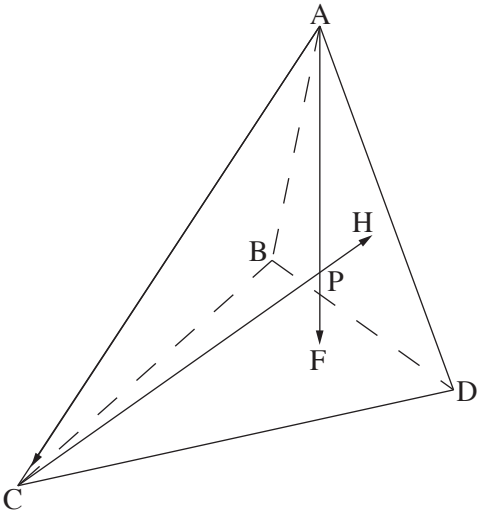
2. בפירמידה משולשת ABCD

AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC ,

ו־ CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD .

הישרים AF ו־ CH נפגשים בנקודה P

(ראה ציור).



לפתרון בווידאו

א. (1) הסבר מדוע $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

(2) הוכח כי $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$.

ב. הוכח כי $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BD}$.

ג. סמן: $\overrightarrow{BD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{BA} = \underline{w}$

הוכח כי אם $AB = BC$ אז $\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$.

3. נתון המספר המרוכב $z = \cos\alpha + i\sin\alpha$,

ונתון מספר מרוכב w שהערך המוחלט שלו הוא r $(r > 0)$.

z ו־ w נמצאים ברביע הראשון.

המספר z מקיים: $z = \frac{w}{\overline{w}}$.

לפתרון בווידאו

א. הבע באמצעות α ו־ r את המספר w , את הצמוד שלו $\overline{w}$, ואת ההפכי שלו $\frac{1}{w}$.

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר w

ושל ההפכי שלו $\frac{1}{w}$ עבור $r > 1$.

ג. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_1 = \frac{1}{w}$, $a_2 = z$.

הבע באמצעות α ו־ r את a_5 .

המשך בעמוד 4

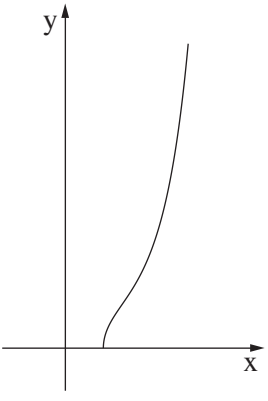
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2 - x}$ (ראה ציור).



לפתרון בווידאו

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.

הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.

(1) מצא את משוואת המשיק.

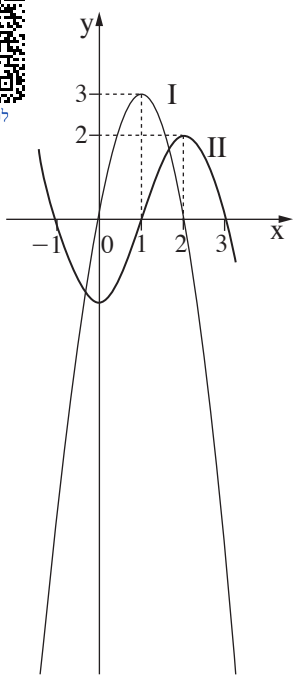
(2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה,
והוסף לגרף סרטוט של המשיק.

(3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק
מסתובב סביב ציר ה־ x.
מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. בציור שלפניך מוצגים שני גרפים, I ו־ II , של פונקציות המוגדרות בתחום $-1.1 \le x \le 3.1$.



אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו־ II הוא של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ell n(f(x))$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מה הן האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה־ x ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של $g(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$,

אם נתון כי הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד ג קיץ תשע"ד 2014</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $a > 4$.

ב. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

ג. $y^2 = 16x$.

<u>שאלה 2</u>

א. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

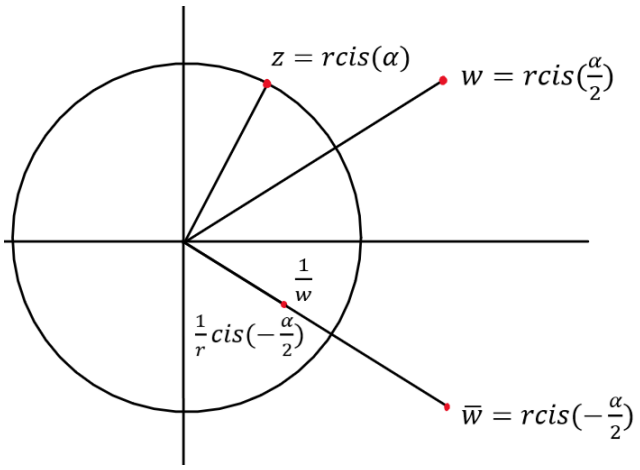
ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

<u>שאלה 3</u>

א. $w = rcis(\frac{\alpha}{2})$, $\overline{w} = rcis(-\frac{\alpha}{2})$, $\frac{1}{w} = \frac{1}{r}cis(-\frac{\alpha}{2})$.

ב.



ג. $a_5 = r^3 cis(5.5\alpha)$

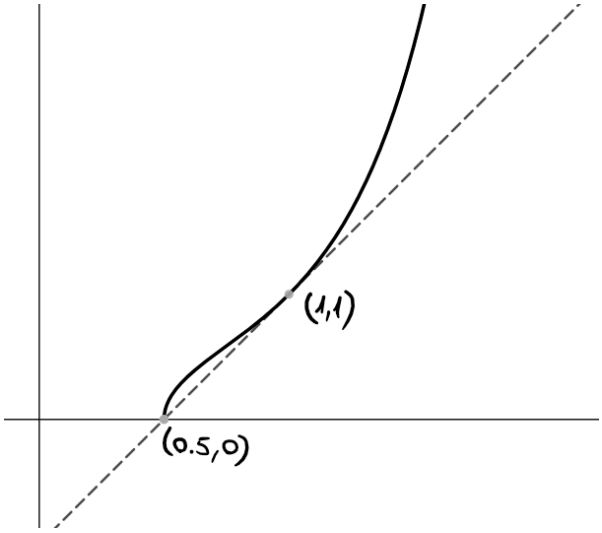
<u>שאלה 4</u>

א. $x \geq 0.5$.

ב. הוכחה.

ג. (1) $y = 2x - 1$.

(2)



(3) $(\frac{1}{3}-\frac{1}{2\sqrt{e}})\pi \approx 0.03\pi \approx 0.0945$.

<u>שאלה 5</u>

א. גרף II הוא הגרף הוא $f(x)$.

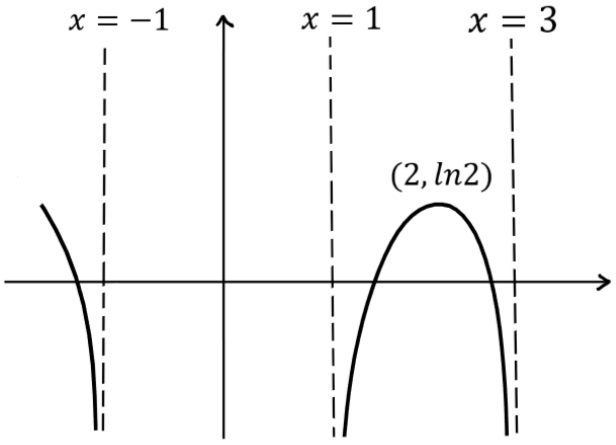
ב. (1) תחום ההגדרה של $g(x)=ln(f(x))$ הוא $1<x<3$ או $-1.1\leq x<-1$.

(2) האסימפטוטות האנכיות הן: $x=-1, x=1, x=3$.

(3) $(2, ln2)$ max .

(4) $g(x)$ <u>עולה בתחום</u>: $1<x<2$, <u>ויורדת בתחום</u>: $2<x<3$ או $-1.1<x<-1$.

(5)



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, **מועד ב**
מספר השאלון: 317 , 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ		— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

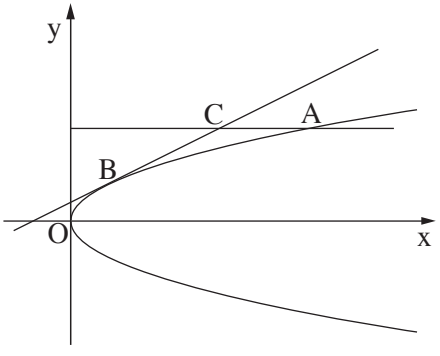
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נקודה A נמצאת ברביע הראשון
על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.
ישר המשיק לפרבולה בנקודה B
מקביל למיתר OA (O — ראשית הצירים).
דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x.
הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).
נסמן: x_C — שיעור ה־ x של הנקודה C.
x_A — שיעור ה־ x של הנקודה A.



לפתרון בווידאו

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$,
וענה על הסעיפים א, ב ו־ ג.

א. הבע באמצעות x_C את x_A.

ב. הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.
מצא את השיעורים של הנקודה C.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. במשולש ABC , גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

נסמן: $\overrightarrow{CA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{CB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB}$.

נתון: $\cos \sphericalangle ACB = \frac{3}{4}$, $\left|\overrightarrow{CA}\right| = 1$, $\left|\overrightarrow{CB}\right| = 2$.

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל־ C).

נתון גם: $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$. נסמן: $\overrightarrow{CD} = \underline{h}$.

הבע את $\overrightarrow{AE}$ באמצעות $\underline{u}$ ו־ $\underline{h}$ בלבד.

לפתרון בווידאו

3. א. פתור את המשוואה: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w השונים מ־ 0 ומקיימים: $107^o < \arg(w) < 253^o$? נמק.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

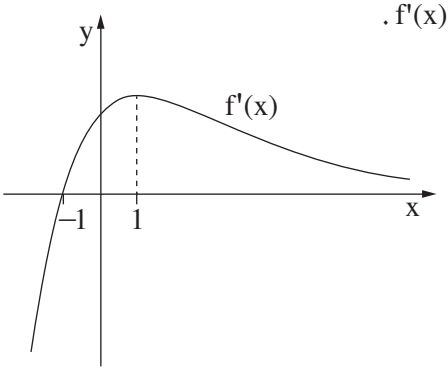
לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:

(1) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x

וערך מספרי עבור שיעור ה־ y

של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגה.

(2) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x וערך מספרי עבור שיעור ה־ y של נקודת הפיתול

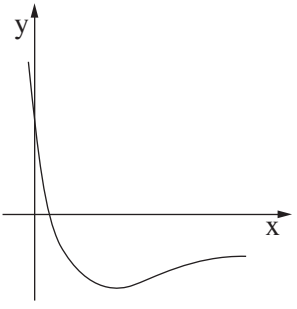
של הפונקציה $f(x)$.

(3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

המשך בעמוד 5

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3 - 9\ell n(3x+1)}{3x+1}$ (ראה ציור).




לפתרון בווידאו

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = \frac{e-1}{3}$ ו־ $x = a$, הוא 3.5 .

נתון כי $a > \frac{e-1}{3}$.

היעזר בנגזרת של $y = \ell n^2(3x+1)$, ומצא את a .

ג. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$.

מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, **מועד ב**
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
				סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

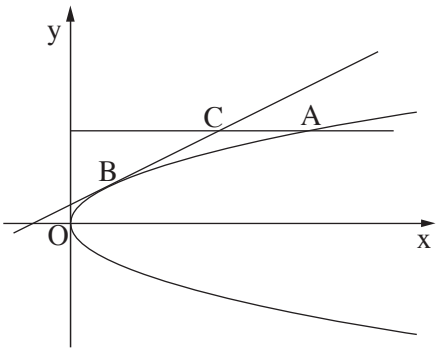
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1



נקודה A נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B מקביל למיתר OA (O — ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x.

הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).

נסמן: x_C — שיעור ה־ x של הנקודה C.

x_A — שיעור ה־ x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$,

וענה על הסעיפים א, ב ו־ ג.

א. הבע באמצעות x_C את x_A.

ב. הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

תשובה לשאלה 1

א. CA מקביל לציר ה־ x, לכן: $y_A = y_C$

A על הפרבולה $y^2 = 3x$, לכן: $x_A = \frac{y_A^2}{3} = \frac{y_C^2}{3}$ I.

C על הפרבולה $y^2 = 4x$, לכן: $y_C^2 = 4x_C$ II.

מ־ I ו־ II מקבלים: $x_A = \frac{4x_C}{3}$

ב. השיפוע OA מקיים:

$$m_{OA} = \frac{y_A}{x_A} \Downarrow m_{OA} = \frac{y_C}{x_A}$$

נציב $x_A = \frac{4x_C}{3}$ ו־ $y_C = \sqrt{4x_C}$ (C ברביע הראשון):

$$\Downarrow \quad m_{OA} = \frac{3\sqrt{4x_C}}{4x_C} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_C}}$$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1

ג. משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 3x$ בנקודה B היא: $y \cdot y_B = \frac{3}{2}(x + x_B)$

$$\Downarrow$$

שיפוע המשיק בנקודה B הוא: $m = \frac{3}{2y_B}$

המשיק בנקודה B מקביל למיתר OA , לכן: $m = m_{OA}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{3}{2y_B} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_C}}$$

$$\Downarrow$$

$$y_B = \sqrt{x_C}$$

שטח המשולש BCA מקיים: $0.5625 = \frac{1}{2}(y_C - y_B)(x_A - x_C)$

$$\Downarrow$$

$$0.5625 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{4x_C} - \sqrt{x_C}\right)\left(\frac{4}{3}x_C - x_C\right)$$

$$\Downarrow$$

$$0.5625 = \frac{x_C^2}{6\sqrt{x_C}} = \frac{1}{6}x_C^{\frac{3}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$(0.5625 \cdot 6)^{\frac{2}{3}} = x_C$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} x_C = 2.25 \\ y_C = \sqrt{4 \cdot 2.25} = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad C(2.25\,,\,3)$$

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2

במשולש ABC , גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

נסמן: $\overrightarrow{CA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{CB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}$.

נתון: $\cos\sphericalangle ACB=\frac{3}{4}$, $|\overrightarrow{CA}|=1$, $|\overrightarrow{CB}|=2$.

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל־ C).

נתון גם: $\frac{CE}{BE}=\frac{3}{5}$. נסמן: $\overrightarrow{CD}=\underline{h}$.

הבע את $\overrightarrow{AE}$ באמצעות $\underline{u}$ ו־ $\underline{h}$ בלבד.

תשובה לשאלה 2

א. לפי חיבור וקטורים: $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}+t\overrightarrow{AB}$

$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{CD}=\underline{u}+t(\underline{v}-\underline{u})$$

לכן: $\overrightarrow{CD}\perp\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

$$\Downarrow$$

$$(\underline{u}+t(\underline{v}-\underline{u}))\cdot(\underline{v}-\underline{u})=0$$

$$\Downarrow$$

$$t|\underline{v}|^2+(1-t)\cdot|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cdot\cos\sphericalangle ACB-t|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cdot\cos\sphericalangle ACB-(1-t)|\underline{u}|^2=0$$

$$\Downarrow$$

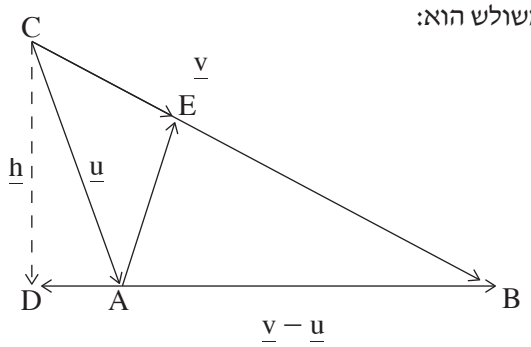
נציב $|\underline{u}|=1$, $|\underline{v}|=2$, $\cos\sphericalangle ACB=\frac{3}{4}$, ונקבל: $t=-\frac{1}{4}$

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.

ב. מצאנו כי $t=-\frac{1}{4}$, לכן D מחוץ לקטע AB

כך ש־ $\overrightarrow{AD}$ בכיוון הפוך ל־ $\overrightarrow{AB}$, לכן המשולש הוא:



ג. לפי הנתון $CE=\frac{3}{5}BE$, לכן: $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{8}\overrightarrow{CB}=\frac{3}{8}\underline{v}$

לפי חיבור וקטורים: $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CA}=\frac{3}{8}\underline{v}-\underline{u}$

$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{4}(\underline{v}-\underline{u})$, לכן: $\underline{v}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\underline{h}+\frac{1}{4}(\underline{v}-\underline{u})+\underline{v}-\underline{u}=\underline{h}+\frac{5}{4}\underline{v}-\frac{5}{4}\underline{u}$

$$\Downarrow$$

$$\underline{v}=-4\underline{h}+5\underline{u}$$

נציב את $\underline{v}$ ב־ $\overrightarrow{AE}$, ונקבל: $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{8}(-4\underline{h}+5\underline{u})-\underline{u}$

$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{7}{8}\underline{u}-\frac{3}{2}\underline{h}$$

/המשך בעמוד 6/

שאלה 3

א. פתור את המשוואה: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי

של המספרים המרוכבים w השונים מ־ 0 ומקיימים: $107^o < \arg(w) < 253^o$? נמק.

תשובה לשאלה 3

א. נסמן: $\cos\alpha + i\sin\alpha = cis\alpha$, ונקבל: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1 = cis(0^o + 360^o k)$ שלם k ,

$$\Downarrow$$

$$\frac{2z+1}{z-1} = cis(90^o k) \quad , \quad k = 0\,,1\,,2\,,3$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{2z_0+1}{z_0-1} = cis0^o = 1 \quad , \quad \frac{2z_1+1}{z_1-1} = cis90^o = i \quad , \quad \frac{2z_2+1}{z_2-1} = cis180^o = -1 \quad , \quad \frac{2z_3+1}{z_3-1} = cis270^o = -i$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$z_0 = -2 \quad , \quad z_1 = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i \quad , \quad z_2 = 0 \quad , \quad z_3 = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$$

ב. הזוויות, שיוצרים המספרים z_0 , z_1 , z_3 השונים מ־ 0

עם הכיוון החיובי של ציר ה־ x , מקיימות:

$$tg\alpha_0 = \frac{0}{-2} = 0 \quad , \quad tg\alpha_1 = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{1}{5}} = 3 \quad , \quad tg\alpha_3 = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{1}{5}} = -3$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

לפי שיעורי ה־ x וה־ y של המספרים:

z_1 ברביע השלישי, z_3 ברביע השני

ו־ z_0 נמצא בחלק השלילי של ציר ה־ x , לכן:

$$\arg(z_0) = 180^o \quad , \quad \arg(z_1) = 251.56^o \quad , \quad \arg(z_3) = 108.43^o$$

$$\Downarrow$$

z_0 , z_1 , z_3 על המקום הגאומטרי

של המספרים המקיימים $107^o < \arg(w) < 253^o$

/המשך בעמוד 7/

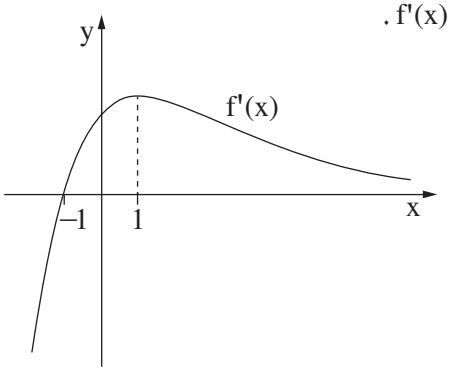
שאלה 4

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:

(1) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x

וערך מספרי עבור שיעור ה־ y

של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגה.

(2) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x וערך מספרי עבור שיעור ה־ y של נקודת הפיתול

של הפונקציה $f(x)$.

(3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובה לשאלה 4

א. (1) $e^{ax}>0$ לכל x

$\Downarrow$

$f(x)$ מוגדרת לכל x

(2) $f(x)=0 \Rightarrow -2(x+3)=0 \Rightarrow x=-3$

$x=0 \Rightarrow f(0)=-6$

מכאן נקודות החיתוך עם הצירים: $(-3,0)\ ,\ (0,-6)$

/המשך בעמוד 8/

המשך תשובה לשאלה 4.

ב. (1) לפי הנתונים בגרף נקבל:

x	$x<-1$	-1	$x>-1$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

$\Downarrow$

ל־ $f(x)$ מינימום ב־ $x=-1$

$$f'(x)=\frac{-2\sqrt{e^{ax}}+2(x+3)\cdot\frac{ae^{ax}}{2\sqrt{e^{ax}}}}{e^{ax}}$$

לפי הנתונים בגרף: $f'(-1)=0$

$\Downarrow$

$$-2\cdot\sqrt{e^{-a}}+4\cdot\frac{ae^{-a}}{2\sqrt{e^{-a}}}=0$$

$\Downarrow$

$a=1$

נציב $a=1$ ו־ $x=-1$ ב־ $f(x)$, ונקבל: $f(-1)=-4\sqrt{e}$

שיעורי נקודת המינימום של $f(x)$: $(-1,-4\sqrt{e})$

(2) לפי הנתונים בגרף נקבל:

x	$x<1$	1	$x>1$
$f'(x)$	$\nearrow$		$\searrow$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\cup$		$\cap$

$\Downarrow$

ל־ $f(x)$ פיתול בנקודה שבה: $x=1$

נציב $x=1$ בפונקציה ונקבל: $f(1)=-\frac{8}{\sqrt{e}}$

שיעורי נקודת הפיתול של $f(x)$: $\left(1,-\frac{8}{\sqrt{e}}\right)$

(3) לפי הטבלה שבתת־סעיף ב(2):

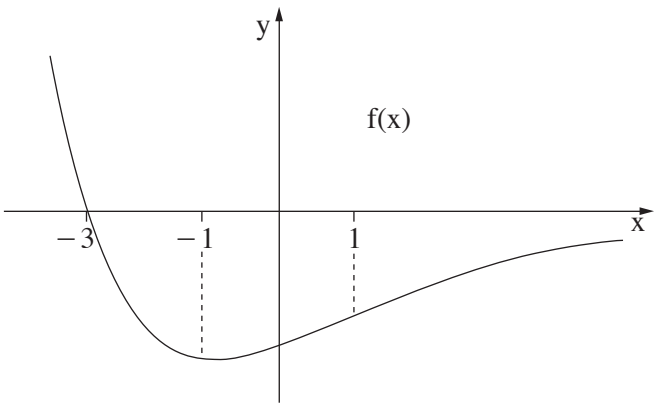
$f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ עבור: $x<1$

$f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ עבור: $x>1$

/המשך בעמוד 9/

המשך תשובה לשאלה 4.

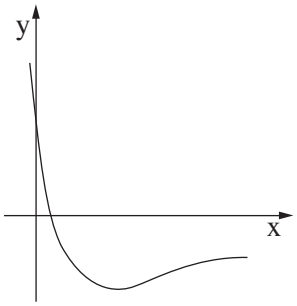
ג.



/המשך בעמוד 10/

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3-9\ell n(3x+1)}{3x+1}$ (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=\frac{e-1}{3}$ ו־ $x=a$, הוא 3.5 .

נתון כי $a>\frac{e-1}{3}$.

היעזר בנגזרת של $y=\ell n^2(3x+1)$, ומצא את a .

ג. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x=\frac{e^{\frac{4}{3}}-1}{3}$.

מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית.

תשובה לשאלה 5

א. עבור המכנה צריך להתקיים: $3x+1\neq 0$, עבור ℓn צריך להתקיים: $3x+1>0$

$$\Downarrow$$

לכן, תחום ההגדרה של $f(x)$: $x>-\frac{1}{3}$

/המשך בעמוד 11/

המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (1) נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה־ x :

$$f(x)=0 \Rightarrow 3-9\ell n(3x+1)=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3}$$

(2)

$$\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3}<\frac{e-1}{3}$$

$$\Downarrow$$

השטח מתחת לציר ה־ x

לכן השטח מקיים:

$$3.5=-\int_{\frac{e-1}{3}}^{a}\left(\frac{3}{3x+1}-\frac{9\ell n(3x+1)}{3x+1}\right)dx$$

$$\Downarrow$$

מהנתון מקבלים כי $y'=\frac{6\ell n(3x+1)}{3x+1}$, לכן:

$$3.5=\left[-\frac{3\cdot\ell n(3x+1)}{3}+\frac{9}{6}\ell n^2(3x+1)\right]_{\frac{e-1}{3}}^{a}$$

$$\Downarrow$$

$$1.5\ell n^2(3a+1)-\ell n(3a+1)-4=0$$

$$\Downarrow$$

פתרונות המשוואה הריבועית

שהנעלם שלה $\ell n(3a+1)$ הם: $\ell n(3a+1)=-\frac{4}{3}$, $\ell n(3a+1)=2$

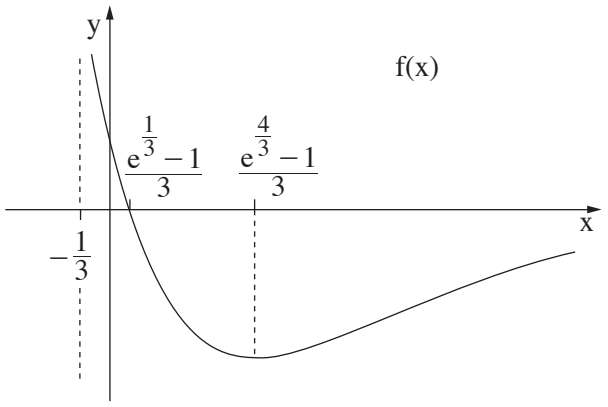
$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

לא בתחום הערכים של a , $a=\frac{e^{-\frac{4}{3}}-1}{3}$ $\qquad$ $a=\frac{e^2-1}{3}$

$$\Downarrow$$

$$a=\frac{e^2-1}{3}$$

ג.



לפי הגרף: $f(x)<0$ עבור $x>\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3}$, $f'(x)<0$ עבור $-\frac{1}{3}<x<\frac{e^{\frac{4}{3}}-1}{3}$

$$\Downarrow$$

$f(x)<0$ וגם $f'(x)<0$ עבור $\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3}<x<\frac{e^{\frac{4}{3}}-1}{3}$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 035807, 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,			
	מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה,			
	פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
	סה"כ	—		100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר $-5x+12y+13=0$ הוא 3.

   ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?

   ג. האם ציר ה־ y יכול להשיק בנקודה $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$, שבסיסה ABC הוא משולש שווה־צלעות.

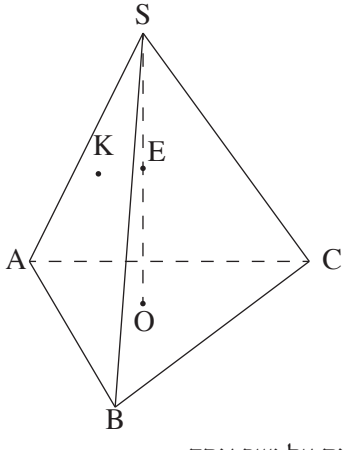
   גובה הפירמידה הוא SO.

   נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).

   נקודה F מקיימת: $\overrightarrow{SF}=t\overrightarrow{SC}$.

   נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{OS}=\underline{w}$.

   נקודה K מקיימת: $\overrightarrow{SK}=\frac{1}{9}\underline{u}-\frac{2}{9}\underline{v}-\frac{2}{3}\underline{w}$.



מצא את הערך של t, אם ידוע שהנקודות F , K ו־ E נמצאות על ישר אחד.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

3. א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z המקיימים: $|z+3-\sqrt{3}\,i|=\sqrt{3}$. נמק.

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה־ x בנקודה z_1.

נתונה הנקודה $M(-3\,,\sqrt{3})$. נסמן ב־ O את ראשית הצירים.

המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א

כך שהמרובע z_1Mz_2O הוא דלתון.

מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2.

(2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?

מהו ארגומנט זה?

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

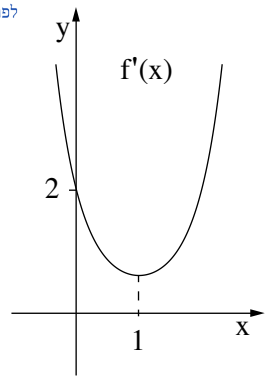
($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x.


לפתרון בווידאו



א. על פי הגרף של $f'(x)$

מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$

וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x. נמק.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ y בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון גם: $f(x)=(x-a)e^{0.5x^2-x}$, a הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$, וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\log_4(x^2+4x+c)$, c הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x=-2$.


לפתרון בווידאו

א. (1) מצא את ערך הפרמטר c.

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x)=-|f(x)|$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x)=k$ שני פתרונות בלבד?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
				סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1

א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן
מהישר $-5x+12y+13=0$, הוא 3 .

ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות
למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?

ג. האם ציר ה־ y יכול להשיק בנקודה $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

תשובה לשאלה 1

א. מרחק נקודה (x,y)

מהישר $-5x+12y+13=0$ מקיים:

$$\left|\frac{-5x+12y+13}{\sqrt{5^2+12^2}}\right|=3$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{-5x+12y+13}{13}=3 \quad \text{או} \quad \frac{5x-12y-13}{13}=3$$

$$\Downarrow$$

המקום הגאומטרי הוא שני ישרים מקבילים
שמשוואותיהם:

$$5x-12y-52=0 \quad \text{ו־} \quad 5x-12y+26=0$$

ב.

המעגלים משיקים לשני הישרים

$$\Downarrow$$

מרחק מרכזי המעגלים מכל ישר הוא 3

$$\Downarrow$$

מרכזי המעגלים מונחים על הישר הנתון בסעיף א

$$\Downarrow$$

משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים: $-5x+12y+13=0$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1.

ג. אם ציר ה־ y משיק למעגל בנקודה $(0\ ,\ 0)$

אז מרכז המעגל מונח על ציר ה־ x במרחק R מציר ה־ y,

ולכן שיעורי המרכז יהיו: $(\pm R\ ,\ 0)$

רדיוס המעגל הוא $R = 3$, לכן שיעורי המרכז יהיו: $(3\ ,\ 0)$ או $(-3\ ,\ 0)$

כדי לבדוק אם המרכזים $(3\ ,\ 0)$ ו־ $(-3\ ,\ 0)$

נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאנו בסעיף ב,

נציב את שיעורי המרכזים במשוואת המקום הגאומטרי, ונקבל: $-5\cdot 3+12\cdot 0+13\neq 0$, $-5\cdot(-3)+12\cdot 0+13\neq 0$

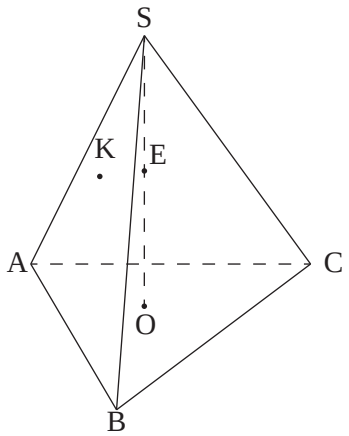
$\Downarrow$

ציר ה־ y לא יכול להשיק

לאחד המעגלים בנקודה $(0\ ,\ 0)$

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2



נתונה פירמידה ישרה SABC , שבסיסה ABC הוא משולש שווה־צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO .

נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).

נקודה F מקיימת: $\overrightarrow{SF} = t\overrightarrow{SC}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{OS} = \underline{w}$.

נקודה K מקיימת: $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$.

מצא את הערך של t , אם ידוע שהנקודות F , K ו־ E נמצאות על ישר אחד.

תשובה לשאלה 2

F על המקצוע SC ,

ועל פי חיבור וקטורים נקבל: I. $\overrightarrow{KE} = -\overrightarrow{ES} - \overrightarrow{SK}$, II. $\overrightarrow{KF} = \overrightarrow{SF} - \overrightarrow{SK}$

על פי הנתון: $\overrightarrow{ES} = \frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$

נציב $\overrightarrow{ES}$ ו־ $\overrightarrow{SK}$ ב־ I , ונקבל: $\overrightarrow{KE} = -\frac{1}{9}\underline{u} + \frac{2}{9}\underline{v} + \frac{1}{6}\underline{w}$

על פי חיבור וקטורים: III. $\overrightarrow{SC} = -\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OS}$

$\overrightarrow{CO}$ מונח על התיכון CD במשולש שווה־צלעות

כאשר O מפגש התיכונים ו־ D אמצע הצלע AB , לכן: $\overrightarrow{CO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{CD}$ תיכון במשולש ABC , לכן: IV. $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

על פי חיבור וקטורים: $\overrightarrow{CB} = \underline{u} - \underline{v}$

נציב $\overrightarrow{CB}$ ו־ $\overrightarrow{CA}$ ב־ IV , ונקבל: $\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}(\underline{u} - \underline{v}) = \frac{1}{2}\underline{u} - \underline{v}$

$\Downarrow$

מצאנו $\overrightarrow{CO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$, לכן: $\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\underline{u} - \frac{2}{3}\underline{v}$

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.

נציב $\overrightarrow{CO}$ ו־ $\overrightarrow{OS}$ ב־ III , ונקבל: $\overrightarrow{SC} = -\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v} - \underline{w}$

$$\Downarrow$$

לפי הנתון $\overrightarrow{SF} = t\overrightarrow{SC}$, לכן: $\overrightarrow{SF} = -\frac{t}{3}\underline{u} + \frac{2t}{3}\underline{v} - t\underline{w}$

נציב $\overrightarrow{SF}$ ו־ $\overrightarrow{SK}$ ב־ II , ונקבל: $\overrightarrow{KF} = -\left(\frac{t}{3} + \frac{1}{9}\right)\underline{u} + \left(\frac{2t}{3} + \frac{2}{9}\right)\underline{v} + \left(\frac{2}{3} - t\right)\underline{w}$

מאחר ש־ K , F ו־ E על ישר אחד, אז צריך להתקיים: $\overrightarrow{KF} = s\overrightarrow{KE}$

$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{KF} = -\frac{s}{9}\underline{u} + \frac{2s}{9}\underline{v} + \frac{s}{6}\underline{w}$$

על פי יחידות ההצגה של $\overrightarrow{KF}$ נקבל:

$$(1) \quad -\frac{s}{9} = -\left(\frac{t}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

$$(2) \quad \frac{2}{9}s = \frac{2t}{3} + \frac{2}{9}$$

$$(3) \quad \frac{s}{6} = \frac{2}{3} - t$$

משוואה (1) שקולה למשוואה (2),

ומהמשוואות (2) ו־ (3) מקבלים: $t = \frac{1}{3}$

/המשך בעמוד 6

שאלה 3

א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z המקיימים: $|z+3-\sqrt{3}\,i|=\sqrt{3}$. נמק.

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה־ x בנקודה z_1.
נתונה הנקודה $M(-3,\sqrt{3})$. נסמן ב־ O את ראשית הצירים.
המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א
כך שהמרובע Oz_2Mz_1 הוא דלתון.
מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2.

(2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?
מהו ארגומנט זה?

תשובה לשאלה 3

א. נציב $z=x+i\,y$ במשוואת המקום הגאומטרי: $|x+i\,y+3-\sqrt{3}\,i|=\sqrt{3}$

$$\Downarrow$$

$$|x+3+(y-\sqrt{3})i|=\sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{(x+3)^2+(y-\sqrt{3})^2}=\sqrt{3}$$

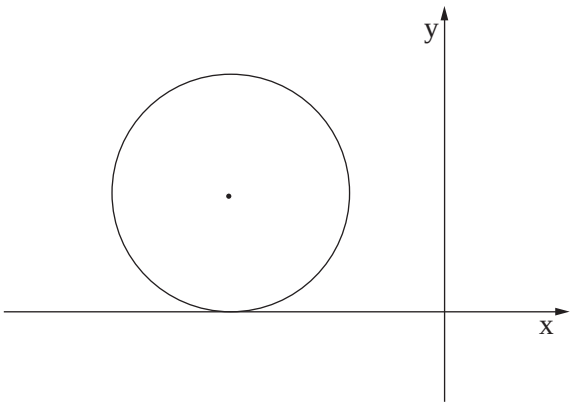
$$\Downarrow$$

$$(x+3)^2+(y-\sqrt{3})^2=3$$

$$\Downarrow$$

המקום הגאומטרי הוא מעגל שרדיוסו $\sqrt{3}$ ומרכזו $(-3\,,\sqrt{3})$

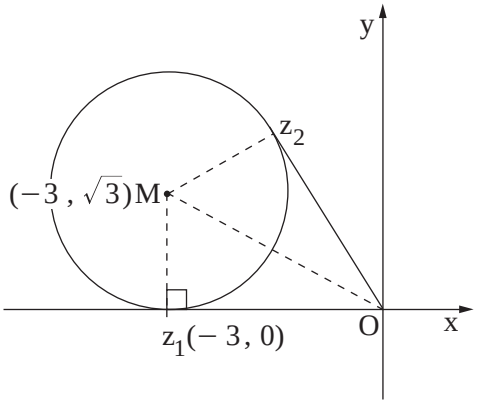
$$\Downarrow$$



/המשך בעמוד 7/

המשך תשובה לשאלה 3.

ב. מצאנו בסעיף א כי $M(-3,\sqrt{3})$ מרכז המעגל. Oz_1 משיק למעגל (ראה ציור).



$$\Downarrow$$

$$\operatorname{tg}\sphericalangle MOz_1=\frac{Mz_1}{|z_1O|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle MOz_1=30^o$$

בדלתון z_1Mz_2O מתקיים: $\sphericalangle z_1Oz_2=2\cdot 30^o=60^o$

ג. (1) מצאנו: $\sphericalangle z_1Oz_2=60^o$

$$\Downarrow$$

z_2 ברביע השני, לכן: $\arg(z_2)=180^o-60^o=120^o$

(2) הארגומנט של כל נקודה על המעגל

הוא בין 120° ל- 180°, לכן: לנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- x

יש הארגומנט הגדול ביותר, שהוא 180°

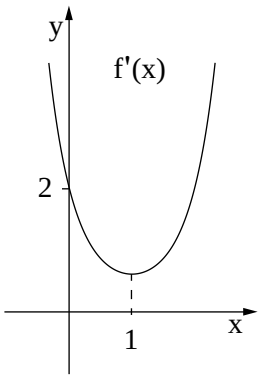
$$\Downarrow$$

למספר $(-3,0)$ יש הארגומנט הגדול ביותר

/המשך בעמוד 8

שאלה 4

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x.



א. על פי הגרף של $f'(x)$

מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$

וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x. נמק.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ y בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון גם: $f(x)=(x-a)e^{0.5x^2-x}$, a הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$, וחשב את השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

תשובה לשאלה 4

א. על פי הגרף נקבל:

x	$x<1$	1	$x>1$
$f'(x)$	$\searrow$		$\nearrow$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\cap$		$\cup$

$f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ עבור: $x<1$

$f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ עבור: $x>1$

ב. על פי הגרף: $f'(x)>0$ לכל x

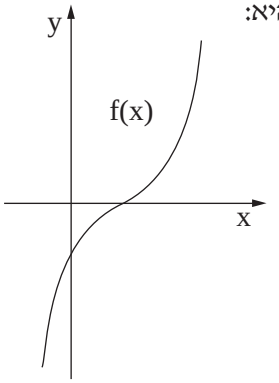
$\Downarrow$

$f(x)$ מוגדרת לכל x, לכן: $f(x)$ עולה לכל x

$\Downarrow$

$f(x)$ חותכת את ציר ה־ y בחלקו השלילי,

ועל פי תחומי קעירות סקיצה אפשרית של $f(x)$ היא:



/המשך בעמוד 9/

המשך תשובה לשאלה 4

ג. $f'(x) = e^{0.5x^2 - x} + (x - a)e^{0.5x^2 - x}(x - 1)$

לפי הגרף של $f'(x)$: $f'(0) = 2$

$\Downarrow$

נציב $(0\ ,\ 2)$ ב־ $f'(x)$, ונקבל: $2 = e^0 + e^0(-a)(-1)$

$\Downarrow$

$a = 1$

נציב $a = 1$ בפונקציה $f(x)$

ונמצא את נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה־ x: $f(x) = 0 \ \Rightarrow \ x - 1 = 0 \ \Rightarrow \ x = 1$

לפי הסקיצה של $f(x)$, השטח המבוקש מתחת לציר ה־ x, לכן: $S = -\int_0^1 \left[(x - 1)e^{0.5x^2 - x}\right]dx$

$\Downarrow$

הנגזרת של $0.5x^2 - x$ היא $x - 1$, לכן: $S = -\left[e^{0.5x^2 - x}\right]_0^1 = -e^{0.5 - 1} + e^0 = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$

/המשך בעמוד 10/

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x)=\log_4(x^2+4x+c)$, c הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x=-2$.

א. (1) מצא את ערך הפרמטר c .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x)=-|f(x)|$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x)=k$ שני פתרונות בלבד?

תשובה לשאלה 5

א. (1) לפונקציה אסימפטוטה $x=-2$

$\Downarrow$

כאשר הערך של x מתקרב ל־ -2 הביטוי בתוך הלוגריתם מתקרב ל־ 0

$\Downarrow$

$$(-2)^2-4\cdot 2+c=0$$

$\Downarrow$

$$c=4$$

(2) $f(x)$ מוגדרת עבור: $x^2+4x+4>0$

$\Downarrow$

$$x\neq -2$$

$\Downarrow$

$f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ־ -2

(3) $$f'(x)=\frac{2x+4}{x^2+4x+4}\cdot\frac{1}{\ell n4}$$

$$f'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad x=-2$$

אבל $f(x)$ ו־ $f'(x)$ אינן מוגדרות ב־ $x=-2$

נבדוק את הסימן של $f'(x)$ בסביבות הנקודה $x=-2$:

x	-3	-2	-1
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

$f(x)$ יורדת עבור: $x<-2$ $f(x)$ עולה עבור: $x>-2$

/המשך בעמוד 11/

המשך תשובה לשאלה 5

(4) $f(x)=0 \Rightarrow x^2+4x+4=1$

$$\Downarrow$$

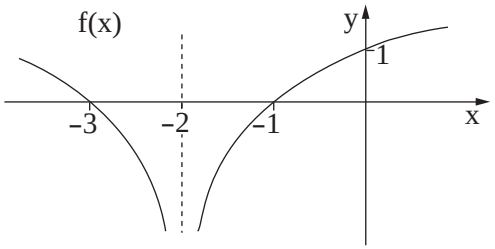
$$x=-1\ ,\ x=-3$$

$x=0 \Rightarrow f(0)=1$

מכאן נקודות החיתוך

של $f(x)$ עם הצירים הן: $(-1,0)\ \ (-3,0)\ \ (0,1)$

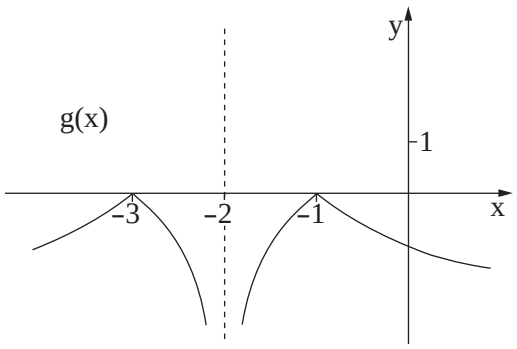
(5)



ב. (1) בתחומים שבהם $f(x)$ שלילית, הערך המוחלט $|f(x)|$ חיובי, ושם $g(x)$ שלילית ומתלכדת עם $f(x)$.

בתחומים שבהם $f(x)$ חיובית, $g(x)$ שלילית ושווה בערכה המוחלט ל־ $f(x)$,

כלומר סימטרית ל־$f(x)$ ביחס לציר ה־ x, לכן הסרטוט של $g(x)$ הוא:



(2) לפי הגרף הישר $y=k$ חותך את $g(x)$ בשתי נקודות בלבד רק עבור: $k=0$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 317 ,035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
	סה"כ	—		100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודות $C(x_1 , y_1)$ ו־ $D(x_2 , y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

   א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

   (2) הנקודה $(x , 3)$ היא אמצע המיתר CD .

   מצא את m .

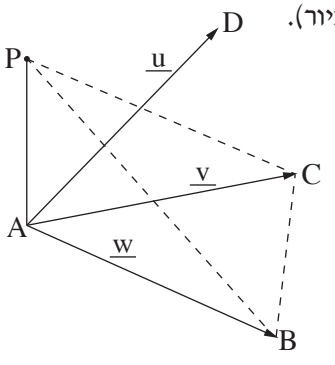
   ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה מהנקודה $(1 , 0)$.

   מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6 .

   (1) מהו הערך של a ? נמק.

   (2) מצא את משוואת הישר CD .

2. נתונים הווקטורים: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{w}$ (ראה ציור).



   נתון: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC = 60^o$, $\sphericalangle DAB = 90^o$,

   $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$.

   א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ נמצאים במישור אחד? נמק.

   נתון גם כי הווקטור $\overrightarrow{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$

   מאונך למישור ABC , a ו־ b הם פרמטרים (ראה ציור).

   ב. מצא את האורך של $\overrightarrow{AP}$ (ערך מספרי).

   ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC .

/המשך בעמוד 3 /

לפתרון בווידאו

3. המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z-12-5i|=7$.

המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w=x+iy$ מקיים: $\arg(w)=45^o$.

($\arg(w)$ היא הזווית בהצגה הקוטבית של w.)

המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו־ C.

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.

ב. הנקודות B ו־ C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו־ z_2 בהתאמה.

מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=2e^{\sqrt{x}}$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y=2\cdot f'(x)$,

והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y=f(x^2)$, $x>0$.

ג. הפונקציות $y=2\cdot f'(x)$ ו־ $y=f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).

השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x=a$, $a>1$, שווה ל־ $8e-2\cdot f(a)$.

מצא את הערך של a. תוכל להשאיר ℓn בתשובתך.

/המשך בעמוד 4/

לפתרון בווידאו

5. א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב־ 0.2% .

המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב־ 1.2% .

רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.

כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot \ell n(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ומקביל לציר ה־ x , ומצא את משוואתו.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
				סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1

הנקודות $C(x_1, y_1)$ ו־ $D(x_2, y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x , 3)$ היא אמצע המיתר CD .

מצא את m .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה מהנקודה $(1 , 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6 .

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD .

תשובה לשאלה 1

א. (1) שיפוע הישר CD מקיים: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

שיעורי ה־ x של הנקודות C ו־ D מקיימים: $x_1 = \frac{(y_1)^2}{4} \quad , \quad x_2 = \frac{(y_2)^2}{4}$

מהצבת שיעורי ה־ x של C ו־ D בשיפוע נקבל: $m = \frac{4(y_1 - y_2)}{(y_1)^2 - (y_2)^2}$

$$\Downarrow$$

$$m = \frac{4}{y_1 + y_2}$$

(2) על פי הנתון אמצע קטע CD הוא בנקודה: $(x , 3)$

$$\Downarrow$$

שיעורי ה־ y של הנקודות C ו־ D מקיימים: $3 = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$$\Downarrow$$

$$y_1 + y_2 = 6$$

$$\Downarrow$$

מהצבת $y_1 + y_2 = 6$ בשיפוע CD נקבל: $m = \frac{2}{3}$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1.

ב. (1) ההגדרה של פרבולה היא: המקום הגאומטרי של הנקודות הנמצאות במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר קבוע.

$\Downarrow$

הנקודה $(1\ ,\ 0)$ היא מוקד הפרבולה הנתונה והישר $x = a$ הוא מדריך הפרבולה הנתונה.

משוואת המדריך של הפרבולה הנתונה, $y^2 = 2 \cdot 2x$, היא: $x = -\frac{2}{2} = -1$

$\Downarrow$

$a = -1$

(2) מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$: $6 = |x_1 - 2a|$

$\Downarrow$

$a = -1$, לכן: $6 = x_1 + 2$ ומצאנו כי $x_1 > 0$

$\Downarrow$

$x_1 = 4$

$\Downarrow$

שיעור ה־ y של הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון: $y_1 = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$

מצאנו כי $m = \frac{2}{3}$ ו־ $C(4\ ,\ 4)$,

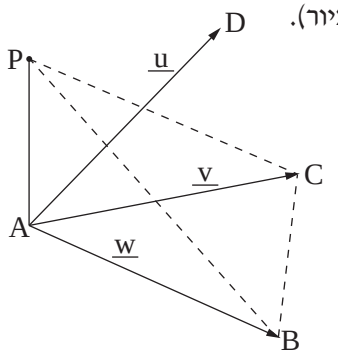
לכן משוואת הישר CD: $y - 4 = \frac{2}{3}(x - 4)$

$\Downarrow$

$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2



נתונים הווקטורים: $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{w}$ (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle BAC=\sphericalangle DAC=60^o$, $\sphericalangle DAB=90^o$,

$|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=2$.

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור $\overrightarrow{AP}=a\underline{u}+b\underline{v}+\underline{w}$

מאונך למישור ABC , a ו־ b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של $\overrightarrow{AP}$ (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC .

תשובה לשאלה 2

א. לפי הנתון: $\sphericalangle DAB=90^o$

אם שלושת הווקטורים במישור אחד

אז צריך להתקיים: $\sphericalangle DAB=\sphericalangle BAC+\sphericalangle DAC=120^o$ (או: $60^o=\sphericalangle BAC=\sphericalangle DAB+\sphericalangle DAC$)

מכאן: שלושת הווקטורים לא במישור אחד

ב. $\overrightarrow{AP}$ מאונך למישור ABC , לכן מאונך לכל ווקטור במישור, ומתקיים:

$$\overrightarrow{AP}\cdot\underline{w}=0 \qquad \overrightarrow{AP}\cdot\underline{v}=0$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$b|\underline{v}|\cdot|w|\cdot\frac{1}{2}+|\underline{w}|^2=0 \qquad a|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cdot\frac{1}{2}+b|\underline{v}|^2+|\underline{w}|\cdot|\underline{v}|\cdot\frac{1}{2}=0$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$2b+4=0 \qquad 2a+4b+2=0$$

$$\Downarrow$$

$$b=-2 \quad , \quad a=3$$

אורך $\overrightarrow{AP}$ מקיים: $|\overrightarrow{AP}|^2=(3\underline{u}-2\underline{v}+\underline{w})\cdot(3\underline{u}-2\underline{v}+\underline{w})$

$$\Downarrow$$

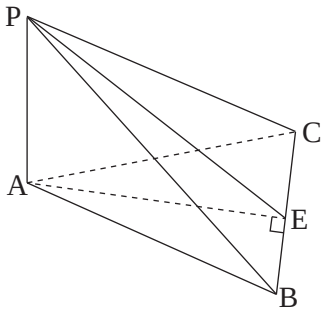
$$|\overrightarrow{AP}|^2=24$$

$$\Downarrow$$

אורך $\overrightarrow{AP}$ הוא: $|\overrightarrow{AP}|=2\sqrt{6}$

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.



ג. הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC היא זווית בין שני ישרים במישורים אלה המאונכים לישר החיתוך.

$\triangle PCB$ הוא שווה־שוקיים, $PB = PC$ (נובע מהנתונים).

$\triangle ABC$ הוא שווה־צלעות (על פי הנתון).

לכן אם E אמצע CB אזי $\sphericalangle PEA$ היא הזווית המבוקשת.

במשולש ישר־הזווית PEA מתקיים: $\operatorname{tg}\sphericalangle PEA = \dfrac{PA}{AE}$

במשולש ישר־הזווית AEB מתקיים: $AE = AB\sin 60^o = 2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

מהצבת $PA = 2\sqrt{6}$ ו־ $AE = \sqrt{3}$

ב־ $\operatorname{tg}\sphericalangle PEA$ נקבל: $\operatorname{tg}\sphericalangle PEA = \dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle PEA = 70.53^o$$

/המשך בעמוד 6/

שאלה 3

המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z-12-5i|=7$.

המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w=x+iy$ מקיים: $\arg(w)=45^o$.

($\arg(w)$ היא הזווית בהצגה הקוטבית של w .)

המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו־ C .

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.

ב. הנקודות B ו־ C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו־ z_2 בהתאמה.
מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

תשובה לשאלה 3

א. לפי הנתון המקום הגאומטרי של
המספרים $z=x+iy$ מקיים: $|x-12+(y-5)i|=7$

$$\Downarrow$$

לפי ההגדרה של הערך המוחלט: $\sqrt{(x-12)^2+(y-5)^2}=7$

$$\Downarrow$$

$$(x-12)^2+(y-5)^2=49$$

$$\Downarrow$$

המקום הגאומטרי של המספרים z
הוא מעגל שמרכזו $(12\ ,\ 5)$ ורדיוסו 7

לפי הנתון המספרים $w=x+iy$ יוצרים עם הכיוון
החיובי של ציר ה־ x זווית של 45° ומקיימים: $tg45^o=\frac{y}{x}$ $\quad y>0\ ,\ x>0$

$$\Downarrow$$

$$1=\frac{y}{x}$$

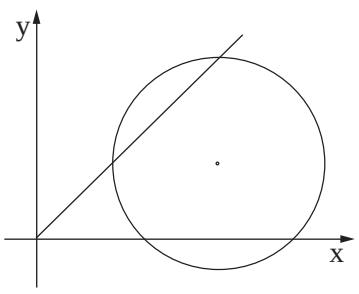
$$\Downarrow$$

$$y=x$$

$$\Downarrow$$

המקום הגאומטרי של המספרים w
הוא ישר ברביע הראשון

מכאן:



/המשך בעמוד 7/

המשך תשובה לשאלה 3.

ב. הארגומנט של B הוא 45° והארגומנט של C הוא 45° (נמצאים על המקום הגאומטרי)

$$\Downarrow$$

$$z_1 = R_1 \text{cis}\, 45^o \quad , \quad z_2 = R_2 \text{cis}\, 45^o$$

$$\Downarrow$$

$$z_1 \cdot z_2 = R_1 \cdot R_2 \text{cis}\,(45^o + 45^o)$$

$$\Downarrow$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = 45^o + 45^o$$

$$\Downarrow$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = 90^o$$

/המשך בעמוד 8/

שאלה 4

נתונה הפונקציה $f(x)=2e^{\sqrt{x}}$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y=2\cdot f'(x)$,

והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y=f(x^2)$, $x>0$.

ג. הפונקציות $y=2\cdot f'(x)$ ו־ $y=f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד

(הנקודה שמצאת בסעיף ב).

השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x=a$, $a>1$,

שווה ל־ $8e-2\cdot f(a)$.

מצא את הערך של a . תוכל להשאיר ℓn בתשובתך.

תשובה לשאלה 4

א. (1) תחום הגדרה של $f(x)$: $x\geq 0$

(2) $f'(x)=2e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ לכל $x>0$

$$\Downarrow$$

$$f''(x)=\frac{\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}-e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{2x\sqrt{x}}$$

עבור $x>0$: $f''(x)=0 \Rightarrow \sqrt{x}-1=0 \Rightarrow x=1$

x	$0<x<1$	1	$x>1$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$\searrow$	e	$\nearrow$

$f'(x)$ עולה עבור: $x>1$

$f'(x)$ יורדת עבור: $0<x<1$

/המשך בעמוד 9/

המשך תשובה לשאלה 4.

ב. לפי הטבלה שבתת־סעיף א(2) לפונקציה $f'(x)$ יש קיצון בנקודה: $(1 , e)$

לכן, לפונקציה $y = 2f'(x)$ יש קיצון בנקודה: $(1 , 2e)$

הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$, היא: $y = 2e^{\sqrt{x^2}} = 2e^x$

$\Downarrow$

נציב $x = 1$ בפונקציה $y = f(x^2)$ ונקבל: $y = 2e$

$\Downarrow$

הנקודה $(1 , 2e)$ נמצאת גם על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$

ג. לפי סעיף ב נקודת המפגש בין שתי הפונקציות $y = 2f'(x)$ ו־ $y = f(x^2)$ היא: $(1 , 2e)$

מצאנו: $y = f(x^2) = 2e^x$, $y = 2f'(x) = \dfrac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

עבור $x > 1$: $2e^x > \dfrac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

$\Downarrow$

הגרף של $f(x^2)$ מעל לגרף של $2f'(x)$

$\Downarrow$

השטח מקיים: $S = \int_1^a \left[f(x^2) - 2f'(x)\right]dx$

$\Downarrow$

$$S = \int_1^a \left[2e^x - 2f'(x)\right]dx = \left[2e^x - 2 \cdot f(x)\right]_1^a = 2e^a - 2f(a) - 2e + 2f(1)$$

$\Downarrow$

לפי הנתון: $8e - 2f(a) = 2e^a - 2f(a) - 2e + 4e \Rightarrow e^a = 3e$

$\Downarrow$

$$a = \ell n(3e)$$

/המשך בעמוד 10

שאלה 5

א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב־ 0.2% .

המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב־ 1.2% .

רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.

כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה $f(x)=x^n\cdot \ell n(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ומקביל לציר ה־ x , ומצא את משוואתו.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 5

א. כעבור x חודשים המשכורת של רן תהיה: $M(x)=8000\cdot 1.012^x$

והתשלום החודשי עבור הדירה יהיה: $N(x)=5900\cdot 1.002^x$

צריך להתקיים: $0.6M(x)=N(x)$

$$\Downarrow$$

$$8000\cdot 1.012^x\cdot 0.6=5900\cdot 1.002^x$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{1.012}{1.002}\right)^x=\frac{5900}{8000\cdot 0.6}$$

$$\Downarrow$$

על ידי הפעלת ℓn על שני האגפים נקבל: $x=20.78$

$$\Downarrow$$

כעבור 21 חודשים רן יוכל לשלם

/המשך בעמוד 11/

המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (1) לפי הנתון: n זוגי

$\Downarrow$

$x^n > 0$ לכל $x \neq 0$

$\Downarrow$

$f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$

(2)

$$f(x) = x^n \cdot \ell n(x^n)$$

$\Downarrow$

$$f(-x) = (-x)^n \cdot \ell n(-x)^n$$

$\Downarrow$

n זוגי, לכן: $(-x)^n = x^n$

$\Downarrow$

$$f(-x) = x^n \ell n(x)^n$$

$\Downarrow$

$$f(-x) = f(x)$$

$\Downarrow$

$f(x)$ פונקציה זוגית

(3)

$$f'(x) = nx^{n-1} \cdot \ell n(x)^n + x^n \cdot \frac{nx^{n-1}}{x^n} = nx^{n-1}(\ell n(x)^n + 1)$$

שיפוע הישר הוא אפס: $x \neq 0 \ , \ f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \ell n(x)^n + 1 = 0$

$\Downarrow$

שיעורי ה־ x של נקודות ההשקה מקיימים: $x^n = e^{-1}$

$\Downarrow$

n זוגי, לכן שיעורי ה־ x של הנקודות,
שבהן הישר משיק לגרף הפונקציה, הם: $x = \pm e^{-\frac{1}{n}}$

מצאנו: $f(x) = f(-x)$

$\Downarrow$

$$f(e^{-\frac{1}{n}}) = f(-e^{-\frac{1}{n}})$$

$\Downarrow$

משוואת המשיק: $y = -e^{-1}$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב**
מספר השאלון: 317 , 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

<u>הערה</u>: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות $A(-a\,,\,0)$ ו־ $B(a\,,\,0)$, $a>0$.
המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z+b|=4$.
a ו־ b הם פרמטרים ממשיים.
א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .
ב. מלבן TNEF , שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתיח.
שיעורי ה־ y של הקדקודים E ו־ F קטנים מ־ 0 .
המספר המרוכב $z=2+iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.
הנקודה C נמצאת על ציר ה־ x כך ש־ $\overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{CF}=-16$.
מצא את השיעורים של הנקודה C .

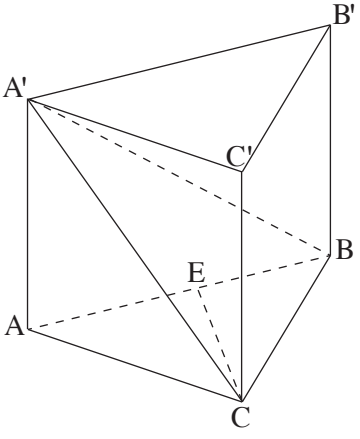
לפתרון בווידאו

2. הישר ℓ עובר דרך הנקודות $A(0\,,\,0\,,\,1)$ ו־ $B(1\,,\,1\,,\,0)$.
הישר מאונך למישור π_1 , וחותך את המישור בנקודה D .
המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O .
א. מצא את שטח המשולש OAD .
ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה־ x ומקביל לישר ℓ .
מצא את הזווית בין הישר ℓ ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .
(2) מצא את המרחק של הישר ℓ מישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

המשך בעמוד 3 ◀

3. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה־צלעות.

הנקודה E נמצאת על המקצוע AB כך ש־ $AE = kAB$ $(0 < k < 1)$.



לפתרון בווידאו

א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא הזווית $A'EA$.

מצא את הערך של k.

נתון: $AC = 2$, $\sphericalangle A'EA = 45^o$.

הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\sphericalangle A'EA$.

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש־ $\overrightarrow{AF}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{BC}$, ומתקיים: $\overrightarrow{A'F} = t\overrightarrow{A'C} + m\overrightarrow{A'B}$.

ג. סמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ והישר $x = -\frac{1}{a}$.

(2) השטחים שסימנת בתת־סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה־ x .
הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.
כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.
כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב־ 25% מסכום הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

לפתרון בווידאו

המשך בעמוד 5

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{kx}{\ell nx}$, k הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.

נתון כי בתחום $x > 1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \leq -2$ ורק אותם.

(2) מצא את הערך של k .

(3) נתון גם כי הישר $x = 1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.

ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב**
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
				סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1

נתונות הנקודות $A(-a\,,0)$ ו־ $B(a\,,0)$, $a>0$.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z+b|=4$.

a ו־ b הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. מלבן TNEF , שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתיח.

שיעורי ה־ y של הקדקודים E ו־ F קטנים מ־ 0 .

המספר המרוכב $z=2+iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.

הנקודה C נמצאת על ציר ה־ x כך ש־ $\overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{CF}=-16$.

מצא את השיעורים של הנקודה C .

תשובה לשאלה 1

א. נסמן ב־ $P(x\,,y)$ נקודה שמרחקה מ־ $A(-a\,,0)$ גדול פי 2 ממרחקה ב־ $B(a\,,0)$

ונרשום על סמך הנתון: $(PA)^2=4(PB)^2$

$$\Downarrow$$

$$(x+a)^2+y^2=4(x-a)^2+4y^2$$

$$\Downarrow$$

משוואת המקום הגאומטרי

מובעת באמצעות a : $\text{I.}\quad (x-\frac{5}{3}a)^2+y^2=\frac{16a^2}{9}$

נסמן $z=x+iy$ (x ו־ y ממשיים) ולפי

המשוואה הנתונה של המקום הגאומטרי נקבל: $|x+iy+b|=4$

$$\Downarrow$$

$$\text{II.}\quad (x+b)^2+y^2=4^2$$

מאחר שמשוואה I צריכה להיות

זהה למשוואה II , נקבל: $\frac{16a^2}{9}=4^2\quad,\quad b=-\frac{5}{3}a$

$$\Downarrow$$

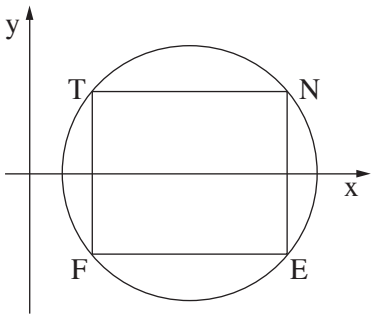
$$(a>0)\qquad a=3\quad,\quad b=-5$$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1.

ב. לפי סעיף א משוואת המקום הגאומטרי היא: $(x-5)+y^2=16$

מאחר ששיעורי ה־ y של E ו־ F הם שליליים,
שיעורי ה־ y של N ו־ T הם חיוביים,
כמתואר בציור שלפניך:



$T(2\,,\,y)\quad (y>0)$ על המעגל, לכן שיעור ה־ y של T:

$$y=\sqrt{7}$$

$$\Downarrow$$

שיעורי הקדקודים של המלבן: $T(2\,,\,\sqrt{7})\ ,\ N(8\,,\,\sqrt{7})\ ,\ E(8\,,\,-\sqrt{7})\ ,\ F(2\,,\,-\sqrt{7})$

$$\Downarrow$$

נסמן $C(x\,,\,0)$ ונקבל: $\overrightarrow{CN}=(8-x\ ,\ \sqrt{7})\quad ,\quad \overrightarrow{CF}=(2-x\ ,\ -\sqrt{7})$

$$\Downarrow$$

בהסתמך על הנתון $\overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{CF}=-16$ נקבל: $(8-x\ ,\sqrt{7})\cdot(2-x\ ,\ -\sqrt{7})=-16$

$$\Downarrow$$

$$x^2-10x+25=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=5$$

$$\Downarrow$$

$$C(5\,,\,0)$$

/המשך בעמוד 4

שאלה 2

הישר ℓ עובר דרך הנקודות $A(0\ ,0\ ,1)$ ו־ $B(1\ ,1\ ,0)$.

הישר מאונך למישור π_1, וחותך את המישור בנקודה D.

המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O.

א. מצא את שטח המשולש OAD.

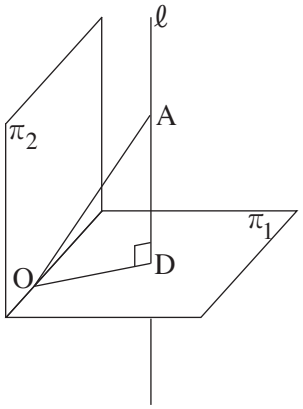
ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה־ x ומקביל לישר ℓ.

מצא את הזווית בין הישר ℓ ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2.

(2) מצא את המרחק של הישר ℓ מישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2.

תשובה לשאלה 2

א. הצגה אלגברית של הישר ℓ העובר



דרך $A(0\ ,0\ ,1)$ ו־ $B(1\ ,1\ ,0)$: $\ell:\ \underline{x}=(0\ ,0\ ,1)+t(1\ ,1\ ,-1)$

$$\Downarrow$$

לכן נורמל של π_1 הוא: $(1\ ,1\ ,-1)$

$$\Downarrow$$

π_1 עובר דרך הראשית, לכן המשוואה של π_1 היא: $\pi_1:\ x+y-z=0$

$$\Downarrow$$

הנקודה D שבמישור π_1 מקיימת: $D(t\ ,t\ ,1-t)$

מהצבת $D(t\ ,t\ ,1-t)$ במשוואת המישור π_1 נקבל: $D(\frac{1}{3}\ ,\frac{1}{3}\ ,\frac{2}{3})$

$$\Downarrow$$

$$|\overrightarrow{OD}|=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

הווקטור $\overrightarrow{AD}$ מקיים: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=(\frac{1}{3}\ ,\frac{1}{3}\ ,-\frac{1}{3})$

$$\Downarrow$$

$$|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

שטח משולש OAD (ראה ציור): $S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{OD}|$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$$

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.

ב. (1) <u>דרך I</u>

הישר ℓ מאונך ל־ π_1 , לכן: הישר ℓ מאונך לכל ישר הכלול ב־ π_1

$\Downarrow$

ℓ מאונך לישר החיתוך שבין π_1 ל־ π_2

<u>דרך II</u>

המשוואה של המישור π_2

המכיל את וקטור הכיוון של ℓ : $(1,1,-1)$,

את וקטור הכיוון של ציר ה־ x : $(1,0,0)$

ואת ראשית הצירים, היא: $\pi_2:\ y+z=0$

מצאנו כי משוואת המישור π_1 היא: $\pi_1:\ x+y-z=0$

לכן ישר החיתוך עם מישור π_1 הוא: $u(2,-1,1)$

הזווית בין הישר ℓ לישר החיתוך: $\cos\alpha=\dfrac{(2,-1,1)\cdot(1,1,-1)}{\sqrt{2^2+1+1}\cdot\sqrt{1+1+1}}=0$

$\Downarrow$

$\alpha=90^o$

(2) מאחר ש־ ℓ מקביל ל־ π_2 , המרחק המבוקש הוא המרחק של נקודה על ℓ מהמישור π_2 .

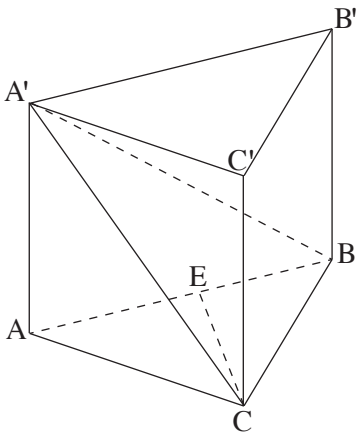
לפי ב(1) משוואת π_2 היא: $\pi_2:\ y+z=0$

$\Downarrow$

מרחק $A(0,0,1)$ מהמישור π_2 : $\dfrac{\left|(0,1,1)\cdot(0,0,1)\right|}{\sqrt{1+1}\cdot\sqrt{1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

/המשך בעמוד 6/

שאלה 3



נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$
שבסיסה משולש שווה־צלעות.
הנקודה E נמצאת על המקצוע AB
כך ש־ $AE = kAB$ $(0 < k < 1)$.

א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$
למישור ABC היא הזווית $A'EA$.
מצא את הערך של k.

נתון: $AC = 2$, $\sphericalangle A'EA = 45^o$.
הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\sphericalangle A'EA$.

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש־ $\overrightarrow{AF}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{BC}$,
ומתקיים: $\overrightarrow{A'F} = t\overrightarrow{A'C} + m\overrightarrow{A'B}$.

ג. סמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

תשובה לשאלה 3

א. EC הוא ישר החיתוך בין
המישור $A'EC$ למישור ABC,
לכן צריך להתקיים: $A'E \perp EC$, $AE \perp EC$

$\Downarrow$

EC גובה במשולש שווה־צלעות ABC

$\Downarrow$

EC תיכון במשולש שווה־צלעות ABC

$\Downarrow$

E אמצע AB

$\Downarrow$

$$k = \frac{1}{2}$$

/המשך בעמוד 7/

המשך תשובה לשאלה 3.

ב. אם נסמן ב־ P את אמצע BC , אז הזווית בין המישור ABC למישור A'BC היא: $\sphericalangle A'PA$

במשולש A'PA מתקיים: $\operatorname{tg}\sphericalangle A'PA = \frac{AA'}{AP}$

לפי הנתונים במשולש ABC מקבלים: $AP = \sqrt{3}$

לפי הנתונים במשולש A'EA מתקיים: $\sphericalangle AA'E = \sphericalangle A'EA = 45^o$

$$\Downarrow$$

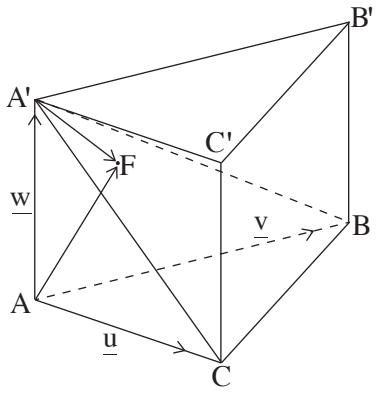
$$AA' = AE = \frac{1}{2}AC = 1$$

מכאן: $\operatorname{tg}\sphericalangle A'PA = \frac{AA'}{AP} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle A'PA = 30^o$$

ג. על פי הנתונים מקבלים: $\overrightarrow{A'C} = \underline{u} - \underline{w}$, $\overrightarrow{A'B} = \underline{v} - \underline{w}$



$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{A'F} = t(\underline{u} - \underline{w}) + m(\underline{v} - \underline{w})$$

$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{AF} = \underline{w} + \overrightarrow{A'F} = t\underline{u} + m\underline{v} - (t + m - 1)\underline{w}$$

על פי הנתונים מקבלים: $\overrightarrow{BC} = \underline{u} - \underline{v}$

לכן: $\overrightarrow{AF} \perp \overrightarrow{BC}$,

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} = t|\underline{u}|^2 - m|\underline{v}|^2 - t|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|\cos 60^o + m|\underline{v}| \cdot |\underline{u}|\cos 60^o = 0$$

$$\Downarrow$$

מאחר ש־ $|\underline{u}| = |\underline{v}| \neq 0$, מקבלים:

$$t|\underline{u}|^2 - m|\underline{u}|^2 - \frac{1}{2}t|\underline{u}|^2 + \frac{1}{2}m|\underline{u}|^2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$t = m$$

/המשך בעמוד 8

שאלה 4

א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ והישר $x = -\frac{1}{a}$.

(2) השטחים שסימנת בתת־סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה־ x .
הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.

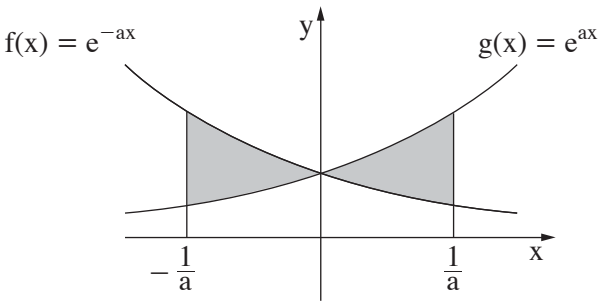
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.
כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.
כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב־ 25% מסכום הכסף שיהיה בבנק א'?

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 4

א. (1)



(2) מאחר שהשטח האפור שבציור סימטרי ביחס לציר ה־ y ,
הנפח $V(a)$ הוא פעמיים נפח גוף הסיבוב שבגבולות בין 0 ל־ $\frac{1}{a}$:

$$V(a) = 2\pi \int_0^{\frac{1}{a}} e^{2ax}\,dx - 2\pi \int_0^{\frac{1}{a}} e^{-2ax}\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$V(a) = 2\pi\left[\frac{1}{2a}e^{2ax} + \frac{1}{2a}e^{-2ax}\right]_0^{\frac{1}{a}}$$

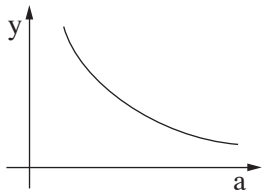
$$\Downarrow$$

$$V(a) = \frac{\pi(e^2 + e^{-2} - 2)}{a}$$

/המשך בעמוד 9/

המשך תשובה לשאלה 4.

א. (3) עבור $a > 0$ הגרף הוא:



ב. כעבור 7 שנים סכום הכסף בבנק א':

$$12,298 = M_0 \cdot q^7 \qquad \text{I.}$$

כעבור 7 שנים סכום הכסף בבנק ב':

$$13,162 = M_0 \cdot a^7 \qquad \text{II.}$$

מ־ I ו־ II מקבלים:

$$\frac{12,298}{13,162} = \left(\frac{q}{a}\right)^7$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{q}{a} = \left(\frac{12,298}{13,162}\right)^{\frac{1}{7}}$$

כעבור x שנים, כאשר סכום הכסף בבנק ב'

יהיה גדול ב־ 25% מסכום הכסף בבנק א', יתקיים: $1.25 \cdot M_0 \cdot q^x = M_0 \cdot a^x$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{q}{a}\right)^x = \frac{1}{1.25} \qquad \text{III.}$$

מהצבת $\frac{q}{a}$ במשוואה III נקבל:

$$\left(\frac{12,298}{13,162}\right)^{\frac{x}{7}} = \frac{1}{1.25}$$

$$\Downarrow$$

$$x = 7 \cdot \frac{\ell n \frac{1}{1.25}}{\ell n \frac{12,298}{13,162}} = 23.0 \text{ שנים}$$

/המשך בעמוד 10/

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{kx}{\ell nx}$, k הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.

נתון כי בתחום $x>1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y\le -2$ ורק אותם.

(2) מצא את הערך של k .

(3) נתון גם כי הישר $x=1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.

ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x>1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

תשובה לשאלה 5

א. הפונקציה מוגדרת עבור: $\ell nx\neq 0$, $x>0$

$\Downarrow$

תחום ההגדרה: $0<x<1$ או $x>1$

ב. (1) $f(x)=\frac{kx}{\ell n\,x}$

$\Downarrow$

$$f'(x)=\frac{k\,\ell n\,x-kx\cdot\frac{1}{x}}{\ell n^2 x}=\frac{k(\ell nx-1)}{\ell n^2 x}$$

הסימן של $f''(x)$ בנקודת ההתאפסות של $f'(x)$

ייקבע על פי הסימן של נגזרת המונה של $f'(x)$: נגזרת המונה $=k\cdot\frac{1}{x}$

$\Downarrow$

מאחר ש־ $x>0$ אז מקבלים: עבור $k<0$ ל־ $f(x)$ יש מקסימום

(2) לפי הנתון הערך המקסימלי של $f(x)$ עבור $x>1$ הוא: I. $y=-2$

המקסימום של $f(x)$ מתקבל כאשר: $f'(x)=0 \Rightarrow \ell nx=1 \Rightarrow x=e$

הערך של $f(x)$ ב־ $x=e$ הוא: II. $f(e)=\frac{k\cdot e}{\ell ne}$

מ־ I ו־ II מקבלים:

$$-2=\frac{k\cdot e}{\ell n\,e}$$

$\Downarrow$

$$k=-\frac{2}{e}$$

/המשך בעמוד 11/

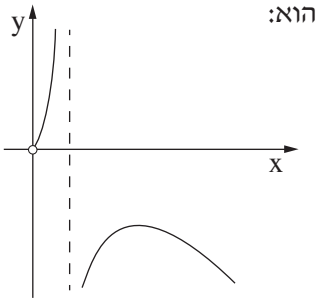
המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (3) עבור $x<1$: $f'(x)>0$

$\Downarrow$

$f(x)$ עולה עבור $x<1$

ומצאנו כי יש מקסימום ב־ $(e\ ,-2)$ לכן הגרף הוא:



ג. שיפוע המשיק הוא: $f'(x)=\frac{2}{e}\cdot\frac{1-\ell n\,x}{\ell n^2 x}$

$\Downarrow$

$$f''(x)=\frac{2}{e}\cdot\frac{-\frac{1}{x}\cdot\ell n^2\,x-(1-\ell nx)\cdot 2\ell nx\cdot\frac{1}{x}}{\ell n^4 x}$$

$\Downarrow$

$$f''(x)=\frac{2}{e}\cdot\frac{\ell n\,x\,(\ell nx-2)}{x\,\ell n^4 x}=\frac{2}{e}\cdot\frac{\ell nx-2}{x\,\ell n^3 x}$$

$$f''(x)=0\ \Rightarrow\ \ell nx-2=0\ \Rightarrow\ x=e^2$$

$\Downarrow$

$$f(e^2)=-\frac{2}{e}\cdot\frac{e^2}{\ell n\,e^2}=-e$$

נבדוק את סוג הקיצון עבור $x>1$:

x	e	e^2	e^3
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

לפי הטבלה ל־ $f'(x)$ יש מינימום ב־ $x=e^2$,

לכן נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי היא: $(e^2\ ,-e)$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 035807, 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $2\times 33\frac{1}{3}$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $1\times 33\frac{1}{3}$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

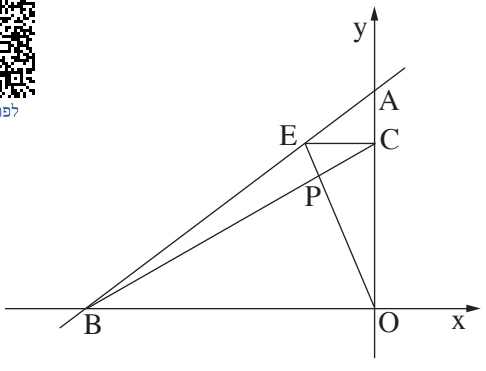
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות: $B(-8,0)$, $A(0,6)$.



דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים
ישר המקביל לציר ה־ x
(הנקודה E שונה מ־ A ומ־ B).
הישר חותך את ציר ה־ y בנקודה C.
הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.
O — ראשית הצירים (ראה ציור).

א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_o נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.
מצא את שטח המשולש AP_oO.

המשך בעמוד 3

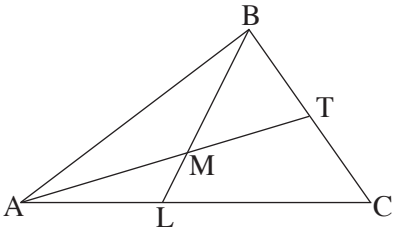
2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT .

הנקודה L נמצאת על הצלע AC .

AT ו־ BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

לפתרון בווידאו



נסמן: $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AT}$, $\overrightarrow{BM}=\beta\overrightarrow{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC}=\frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B ,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT=\sqrt{50}$, $\underline{v}=(7,7)$, $A(1,0)$.

על פי הנתונים שבתת־סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת־סעיפים (2) ו־ (3).

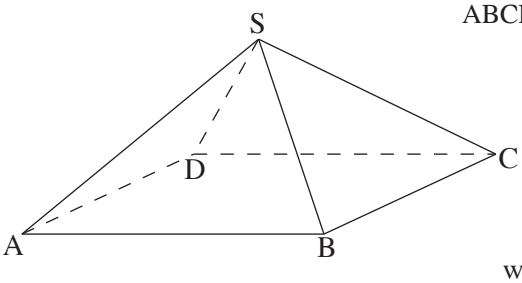
(2) מצא את השיעורים של הנקודה L .

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה־ y , מצא את השיעורים של הקדקוד B .

<u>הערה</u>: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

המשך בעמוד 4

3. א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית (ראה ציור).



לפתרון בווידאו

נסמן: $\overrightarrow{SB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SA} = \underline{w}$

$\overrightarrow{SD} = \underline{v}$.

(1) הבע באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$

את הווקטור $\overrightarrow{SC}$.

(2) נתון גם: $SD = SB$, $SC = SA$, $|\underline{u}| = a$, $|\underline{w}| = 2a$,

$\sphericalangle DSB = 90^o$, $\sphericalangle ASD = \alpha$, $\sphericalangle ASB = \beta$.

הראה כי $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{1}{2}$.

ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז z^{6n} יכול לקבל רק שני ערכים.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ell nx \cdot (2-\ell nx)}{x \cdot (1-\ell nx)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.

(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x בתחום $e^2 \le x \le e^3$, שווה ל־ 0.5.

מצא את הערך של $f(e^3)$.

המשך בעמוד 6

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.

העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$,

והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T .

שני המשיקים מקבילים זה לזה.

(T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל־ ℓ .)

הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
			סה"כ		— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1

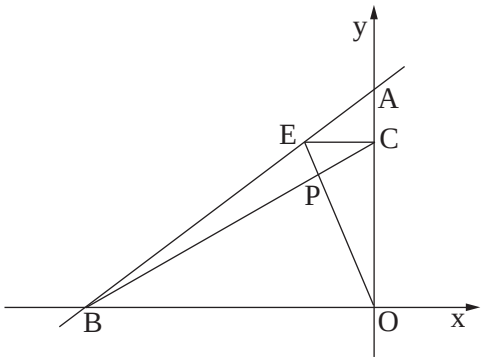
נתונות הנקודות: $A(0,6)$, $B(-8,0)$.

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים ישר המקביל לציר ה־ x (הנקודה E שונה מ־ A ומ־ B).

הישר חותך את ציר ה־ y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O — ראשית הצירים (ראה ציור).



א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_o נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש AP_oO.

תשובה לשאלה 1

א. שיעורי ה־ y של הנקודות E ו־ C מקיימים: $y_E = y_C$

שיפוע הישר העובר דרך $A(0,6)$ ו־ $B(-8,0)$ מקיים: $\frac{6}{8} = \frac{y_E}{x_E + 8}$

$$\Downarrow$$

I. $x_E = \frac{8y_E - 6 \cdot 8}{6}$

שיפוע הישר העובר דרך $E(y_E, x_E)$ ו־ $P(x,y)$ מקיים: $\frac{y_E}{x_E} = \frac{y}{x}$

$$\Downarrow$$

II. $x_E = \frac{y_E \cdot x}{y}$

$m_{CB} = m_{PB}$

$$\Downarrow$$

שיפוע הישר העובר דרך $B(-8,0)$, $C(0,y_E)$ ו־ $P(x,y)$ מקיים: $\frac{y_E}{8} = \frac{y}{x+8}$

$$\Downarrow$$

III. $y_E = \frac{8y}{x+8}$

מ־ I ו־ II מקבלים: IV. $\frac{8y_E - 6 \cdot 8}{6} = \frac{y_E \cdot x}{y}$

מ־ III ו־ IV מקבלים: $y = \frac{3}{2}x + 6$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1.

ב. קוטר המעגל החוסם את ΔABO הוא: AB זווית היקפית הנשענת על AB היא 90°

$\Downarrow$

E מרכז המעגל החוסם את ΔABO ,

לכן E אמצע AB ושיעורי E הם: $E(-4,3)$

לפי משוואה II שבסעיף א: $x_E = \frac{y_E \cdot x_{P_o}}{y_{P_o}}$

$\Downarrow$

I. $-4 = \frac{3x_{P_o}}{y_{P_o}}$

הנקודה $P_o(x_{P_o}, y_{P_o})$ על

המקום הגאומטרי, לכן מתקיים: II. $y_{P_o} = \frac{3}{2}x_{P_o} + 6$

מ־ I ו־ II מקבלים: $x_{P_o} = -\frac{8}{3}$

שטח ΔAP_oO הוא: $\frac{1}{2} \cdot \left| x_{P_o} \right| \cdot AO$

$\Downarrow$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 6 = 8$

/המשך בעמוד 4/

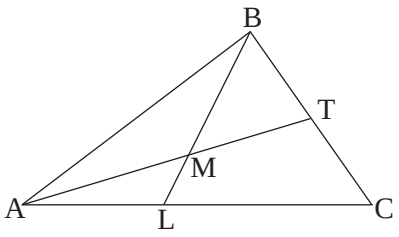
שאלה 2

במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT .

הנקודה L נמצאת על הצלע AC .

AT ו־ BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).



נסמן: $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AT}$, $\overrightarrow{BM}=\beta\overrightarrow{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC}=\frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B ,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT=\sqrt{50}$, $\underline{v}=(7,7)$, $A(1,0)$.

על פי הנתונים שבתת־סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת־סעיפים (2) ו־ (3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L .

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה־ y , מצא את השיעורים של הקדקוד B .

<u>הערה</u>: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

תשובה לשאלה 2

א. AT תיכון, לכן:

$$\overrightarrow{AT}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\overrightarrow{BL}=\overrightarrow{AL}-\underline{u}=\frac{3}{7}\underline{v}-\underline{u}$$

I. $\overrightarrow{BM}=\beta\overrightarrow{BL}=\beta\cdot\frac{3}{7}\underline{v}-\beta\underline{u}$

II. $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}-\underline{u}=\alpha\overrightarrow{AT}-\underline{u}=\frac{\alpha}{2}\underline{v}+(\frac{\alpha}{2}-1)\underline{u}$

על פי יחידות ההצגה

מקבלים מ־ I ו־ II :

$$\begin{matrix}\frac{3}{7}\beta=\frac{\alpha}{2}\\ -\beta=\frac{\alpha}{2}-1\end{matrix}\quad\Rightarrow\quad\beta=\frac{7}{10}\ ,\ \alpha=\frac{3}{5}$$

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.

ב. (1) הצגה אלגברית של הווקטור $\overrightarrow{AC}$: $(x_C - x_A , y_C - y_A)$

$\Downarrow$

נתון $A(1 , 0)$, לכן: I. $\overrightarrow{AC} = (x_C - 1 , y_C)$

לפי הנתון: II. $\overrightarrow{AC} = (7 , 7)$

מ־ I ו־ II מקבלים: $x_C - 1 = 7 \ , \ y_C = 7$

$\Downarrow$

$C(8 , 7)$

הנקודה $T(x_T , y_T)$ אמצע BC, לכן: III. $x_T = \frac{8 + x_B}{2} \quad , \quad y_T = \frac{7 + y_B}{2}$

IV. $AT^2 = (x_T - 1)^2 + y_T^2 = 50$

מ־ III ו־ IV מקבלים: $(x_B + 6)^2 + (y_B + 7)^2 = 200$

$\Downarrow$

משוואת המקום הגאומטרי: $(x + 6)^2 + (y + 7)^2 = 200$

(2) נקודה L מחלקת את הקטע AC ביחס 3:4, לכן: $x_L = \frac{3 \cdot 8 + 4 \cdot 1}{7} = 4 \quad , \quad y_L = \frac{3 \cdot 7 + 4 \cdot 0}{7} = 3$

$\Downarrow$

$L(4 , 3)$

(3) MB מקביל לציר ה־ y, לכן: $x_B = x_L = 4$

הנקודה B נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאנו בסעיף ב, לכן מתקיים: $(4 + 6)^2 + (y_B + 7)^2 = 200$

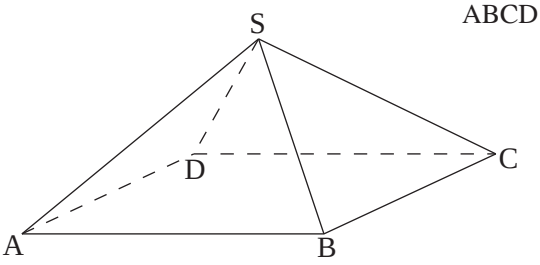
$\Downarrow$

$y_B \neq y_L$, לכן: $y_B = -17$

/המשך בעמוד 6/

שאלה 3

א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית (ראה ציור).



נסמן: $\overrightarrow{SB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{SA}=\underline{w}$

$\overrightarrow{SD}=\underline{v}$.

(1) הבע באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטור $\overrightarrow{SC}$.

(2) נתון גם: $SD=SB$, $SC=SA$, $|\underline{u}|=a$, $|\underline{w}|=2a$,

$\sphericalangle DSB=90^o$, $\sphericalangle ASD=\alpha$, $\sphericalangle ASB=\beta$.

הראה כי $\cos\alpha+\cos\beta=\frac{1}{2}$.

ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה $|z|i+2z=\sqrt{3}$.

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז z^{6n} יכול לקבל רק שני ערכים.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 3

א. (1)

$$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}=\underline{u}-\underline{w}$$

$$\overrightarrow{SC}=\underline{v}+\overrightarrow{DC}=\underline{v}+\underline{u}-\underline{w}$$

(2)

$$|\overrightarrow{SC}|^2=|\underline{w}|^2=(\underline{v}+\underline{u}-\underline{w})^2$$

$$|\underline{w}|^2=|\underline{v}|^2+|\underline{u}|^2+|\underline{w}|^2+2\underline{u}\cdot\underline{v}-2\underline{u}\cdot\underline{w}-2\underline{v}\cdot\underline{w}=$$

$$=|\underline{v}|^2+|\underline{u}|^2+|\underline{w}|^2+2|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cos 90^o-2|\underline{u}|\cdot|\underline{w}|\cos\beta-2|\underline{v}|\cdot|\underline{w}|\cos\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$0=2a^2-4a^2\cos\beta-4a^2\cos\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\cos\beta+\cos\alpha=\frac{1}{2}$$

/המשך בעמוד 7/

המשך תשובה לשאלה 3

ב. (1) נסמן: $z = x + yi$

$$\Downarrow$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Downarrow$$

מהצבת $|z|$ במשוואה

הנתונה נקבל: $\sqrt{x^2 + y^2}\,i + 2x + 2yi = \sqrt{3}$

$$\Downarrow$$

$$2x - \sqrt{3} + i(2y + \sqrt{x^2 + y^2}) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$2x - \sqrt{3} = 0 \quad , \quad 2y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad\qquad x^2 = 3y^2$$

$$\Downarrow$$

התוצאה $y = \frac{1}{2}$ אינה מקיימת

את המשוואה, לכן: $y = -\frac{1}{2}$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

(2) מצאנו: $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

$$\Downarrow$$

$$R = 1 \quad , \quad \theta = -30^o = 330^o$$

לפי משפט דה־מואבר: $z^{6n} = (\cos(330^o \cdot 6) + i\sin(330^o \cdot 6))^n$

$$\Downarrow$$

$$z^{6n} = (-1)^n$$

עבור n אי־זוגי: $z^{6n} = -1$

עבור n זוגי: $z^{6n} = 1$

/המשך בעמוד 8/

שאלה 4

נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ell nx \cdot (2-\ell nx)}{x \cdot (1-\ell nx)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.

(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x בתחום $e^2 \le x \le e^3$, שווה ל־ 0.5 .

מצא את הערך של $f(e^3)$.

תשובה לשאלה 4

א. (1) ℓnx מוגדר עבור: $x > 0$

המכנה שונה מ־ 0 , לכן: $1 - \ell nx \neq 0 \Rightarrow \ell nx \neq 1 \Rightarrow x \neq e$

מכאן שתחום ההגדרה הוא: $0 < x < e \quad , \quad x > e$

(2) אסימפטוטה: $1 - \ell nx = 0 \quad \Rightarrow \quad x = e$

(3) לכן: $x \neq 0$, אין חיתוך עם ציר ה־ y

$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 - \ell nx = 0 \quad , \quad \ell nx = 0$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

חיתוך עם ציר ה־ x: $x = e^2 \qquad x = 1$

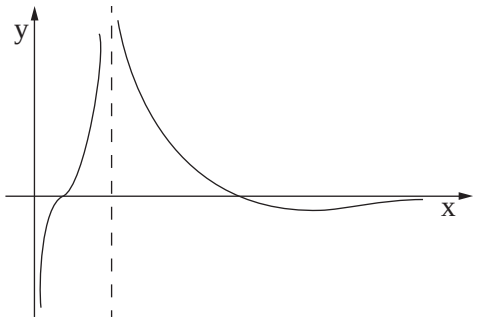
(4)

x	$0 < x < 1$	1	$1 < x < e$	$e < x < e^2$	e^2	$x > e^2$
$f'(x)$	−	0	+	+	0	−

/המשך בעמוד 9/

המשך תשובה לשאלה 4.

ב.



ג. (1) על פי הטבלה של $f'(x)$ בתת־סעיף א (4)

ל־ $f(x)$ יש נקודת מקסימום בנקודה שבה: $x = e^2$

שיפוע המשיק $y = -4$ הוא אפס,

לכן הוא משיק ל־ $f(x)$ בנקודת הקיצון

שבה $x > e$, כלומר בנקודת המקסימום,

לכן השיעורים של נקודת ההשקה: $(e^2 , -4)$

(2) ל־ $f(x)$ נקודת מקסימום ב־ $x = e^2$,

לכן $f(x)$ יורדת עבור $x > e^2$,

לכן: $f(e^3) < f(e^2)$

$$\Downarrow$$

$$f(e^3) < -4$$

(3) $$S = 0.5 = -\int_{e^2}^{e^3} f'(x)\,dx = -[f(x)]_{e^2}^{e^3} = f(e^2) - f(e^3)$$

$$\Downarrow$$

$$0.5 = -4 - f(e^3)$$

$$\Downarrow$$

$$f(e^3) = -4.5$$

/המשך בעמוד 10/

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.

העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$,

והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T .

שני המשיקים מקבילים זה לזה.

(T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל־ ℓ .)

הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

פתרון לשאלה 5

א. המכנה שונה מ־ 0 , לכן: $a^{2x} - 1 \neq 0$

$\Downarrow$

תחום ההגדרה: $x \neq 0$

ב. $$f(-x) = \frac{a^{-x+1}}{a^{-2x} - 1} = \frac{a^{-x+1}}{\frac{1}{a^{2x}} - 1} = \frac{a^{-x+1} \cdot a^{2x}}{1 - a^{2x}} = -\frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$$

$\Downarrow$

$$f(-x) = -f(x)$$

/המשך בעמוד 11/

המשך תשובה לשאלה 5.

ג. $$f'(x)=\frac{a^{x+1}\cdot \ell na\cdot (a^{2x}-1)-a^{x+1}\cdot 2\cdot a^{2x}\ell na}{(a^{2x}-1)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)\ =\ -\ \ell na\ \frac{a^{x+1}\cdot (a^{2x}+1)}{(a^{2x}-1)^2}$$

לכל $a>0$ מתקיים: $(a^{2x}-1)^2>0$, $a^{x+1}>0$, $a^{2x}+1>0$

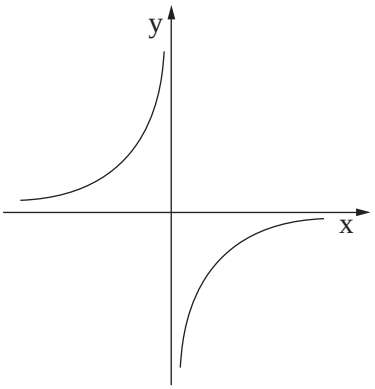
עבור $0<a<1$: $\ell na<0$

לכן עבור $0<a<1$: $f'(x)>0$

$$\Downarrow$$

עבור $x>0$ או $x<0$: $f(x)$ עולה

ד.



ה. $f'(x)$ זוגית, לכן: $f'(1)=f'(-1)$

מכאן ששיעור ה־x של T: $x_T=-1$ (T היא הנקודה היחידה על $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל־ ℓ.)

שיעור ה־ y של T : $f(-1)=\frac{a^2}{1-a^2}$

הנקודה T היא: $T(-1\ ,\ \frac{a^2}{1-a^2})$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 317 ,035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

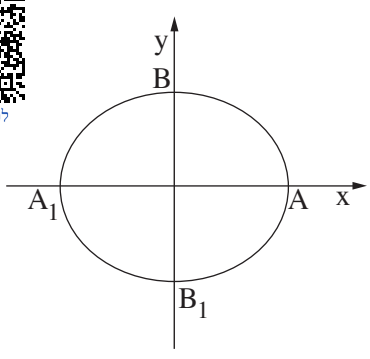
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $a>b$ (ראה ציור).



F_1 ו־ F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A , A_1 , B , B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

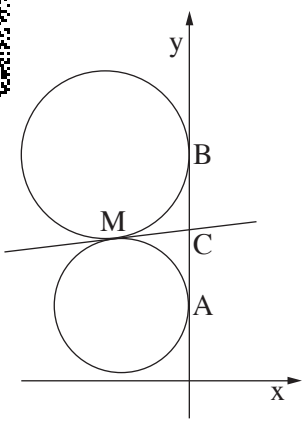
המרובע, הנמצא במישור $[x\ y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0\ ,\ 3\ ,\ 4)$.

מצא את נפח הפירמידה.

המשך בעמוד 3

לפתרון בווידאו

2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני, משיקים לציר ה־ y בנקודות $A(0,1)$ ו־ $B(0,3)$.



המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה־ y בנקודה C.

הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

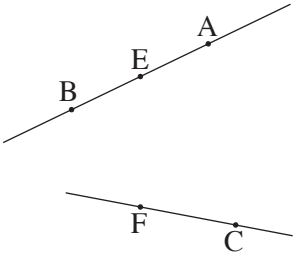
ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M, ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדריך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב. מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

3. נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

לפתרון בווידאו



נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\overrightarrow{CF} = \underline{u}$, $\overrightarrow{FE} = \underline{v}$, $\overrightarrow{EA} = \underline{w}$.

נתון: $\underline{v} \perp \underline{w}$, $\underline{v} \perp \underline{u}$

$$|\underline{w}| = \sqrt{5} \quad , \quad |\underline{v}| = \sqrt{13} \quad , \quad |\underline{u}| = \sqrt{7}$$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים $\underline{w}$ ו־ $\underline{u}$ הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC.

נתון גם: $B(2,6,3)$, $A(0,2,3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB.

ב. מצא את משוואת המישור π.

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π.

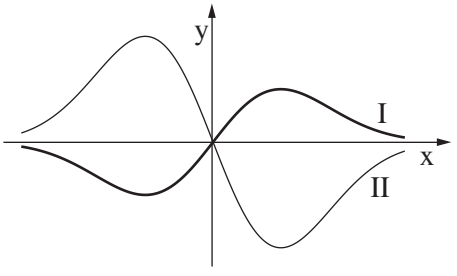
המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.



הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו־ II של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר ℓ_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר ℓ_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר ℓ_1, ואת משוואת הישר ℓ_2.

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_1, על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1.

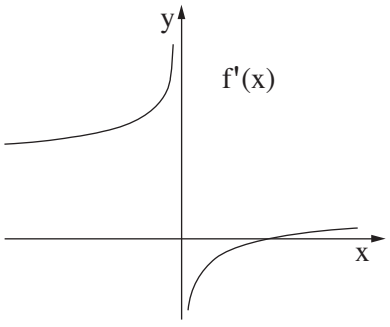
השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_2, על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2.

מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

לפתרון בווידאו

המשך בעמוד 5

5. בציור שלפניך מוצג הגרף



של פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

לפתרון בווידאו

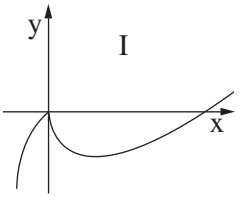
א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

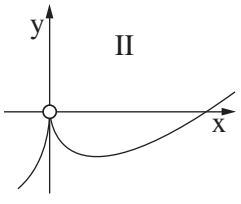
(1) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

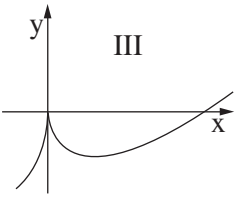
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

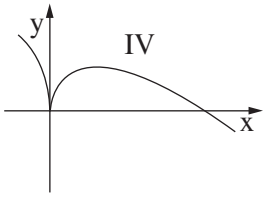
ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV . איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.









בהצלחה!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
מספר השאלון: 317 ,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	—	$33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	—	גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	—	$33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
				סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

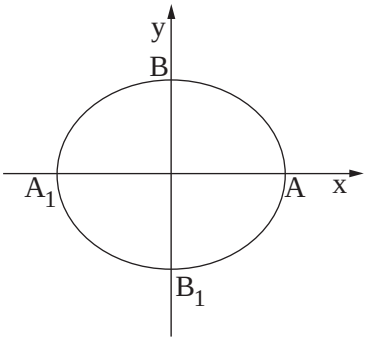
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

שאלה 1



נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $a>b$ (ראה ציור).

F_1 ו־ F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A , A_1 , B , B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

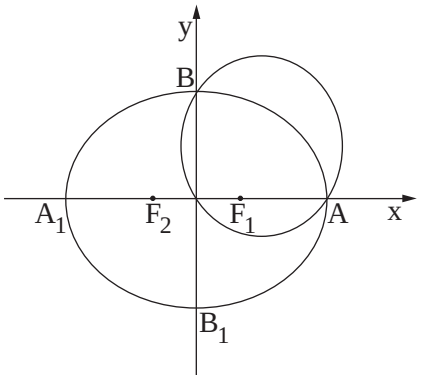
א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[x\ y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0\ ,\ 3\ ,\ 4)$.

מצא את נפח הפירמידה.

פתרון לשאלה 1



א. שיעור ה־ x של המוקד F_1 הוא: I. $c=\sqrt{a^2-b^2}$

לפי אמצע הקטע AF_2: II. $c=\frac{a-c}{2}$

לפי הנתון ש־ AB הוא קוטר: III. $17=a^2+b^2$

מ־ I , II ו־ III מקבלים: $a^2=9$

$b^2=8$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

ב. קדקודי האליפסה הם: $(0\ ,\ 2\sqrt{2})$ $(0\ ,\ -2\sqrt{2})$

$(3\ ,\ 0)$ $(-3\ ,\ 0)$

לכן נוצר מלבן שקדקודיו הם אמצעי

הקטעים המחברים את קדקודי

האליפסה: $(\frac{3}{2}\ ,\ \sqrt{2})$ $(\frac{3}{2}\ ,\ -\sqrt{2})$

$(-\frac{3}{2}\ ,\ \sqrt{2})$ $(-\frac{3}{2}\ ,\ -\sqrt{2})$

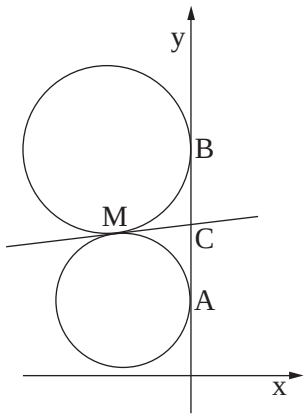
שטח המלבן הוא: $(\frac{3}{2}+\frac{3}{2})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{2})=6\sqrt{2}$

גובה הפירמידה הוא שיעור ה־ z של הקדקוד S: 4

נפח הפירמידה הוא: $\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 6\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

/המשך בעמוד 3/

שאלה 2



שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני,
משיקים לציר ה־ y בנקודות $A(0,1)$ ו־ $B(0,3)$.
המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה־ y בנקודה C.
הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של
נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M, ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדריך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.
מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

פתרון לשאלה 2

א. $\begin{cases} CM = CB \\ CM = CA \end{cases}$ משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת מחוץ למעגל שווים.

$\Downarrow$

$CM = \frac{1}{2}AB$

ב. (1) שיעורי אמצע הקטע AB הם: $C(0,2)$

אורך הקטע CM הוא: 1

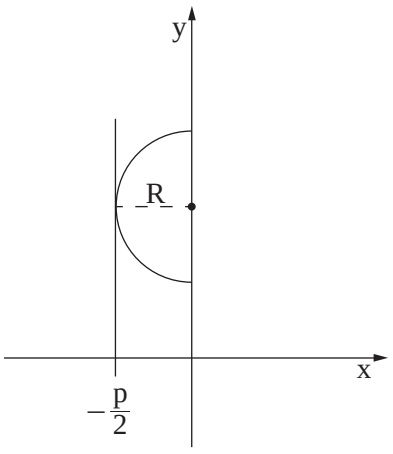
לכן המקום הגאומטרי של הנקודות $M(x,y)$: $x^2 + (y-2)^2 = 1 \qquad (x < 0)$

(2) חצי מעגל ברביע השני (כי מרכזי המעגלים ברביע השני). (חצי המעגל לא כולל קצוות.)

ג. רדיוס המקום הגאומטרי הוא: 1

לכן משוואת המדריך היא: $x = -1$

על פי ההגדרה משוואת המדריך היא: $x = -\frac{p}{2}$



מכאן שמשוואת הפרבולה היא: I. $y^2 = 4x$

מרחק נקודה על פרבולה מהמדריך שלה
שווה למרחקה מהמוקד,

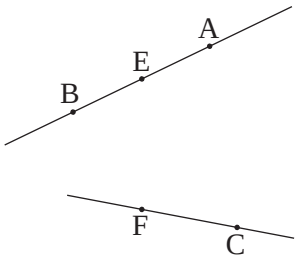
לכן שיעור ה־ x של הנקודה מקיים: II. $x + 1 = 10$

מ־ I ו־ II מקבלים את הנקודות: $(9,6) \quad (9,-6)$

/המשך בעמוד 4/

שאלה 3

נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.



נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\overrightarrow{CF}=\underline{u}$, $\overrightarrow{FE}=\underline{v}$, $\overrightarrow{EA}=\underline{w}$.

נתון: $\underline{w}\perp\underline{v}$, $\underline{u}\perp\underline{v}$, $|\underline{w}|=\sqrt{5}$, $|\underline{v}|=\sqrt{13}$, $|\underline{u}|=\sqrt{7}$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים $\underline{w}$ ו- $\underline{u}$ הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC .

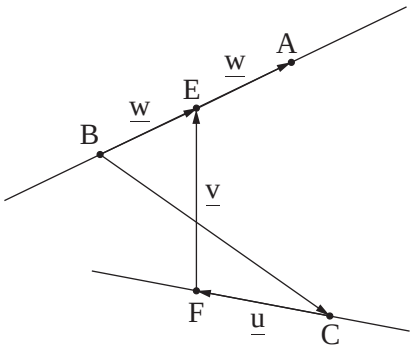
נתון גם: $B(2,6,3)$, $A(0,2,3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

פתרון לשאלה 3

א.



$\overrightarrow{BA}=2\underline{w}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FC}=\underline{w}-\underline{v}-\underline{u}$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=2\underline{w}\cdot(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})=3$

$|\overrightarrow{BA}|=2\sqrt{5}$

$|\overrightarrow{BC}|^2=(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})\cdot(\underline{w}-\underline{v}-\underline{u})=18$

$\cos\sphericalangle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}=\frac{3}{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{18}}$

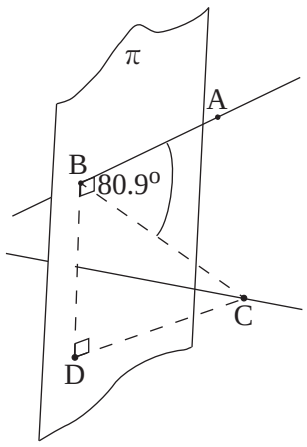
$\sphericalangle ABC=80.9^o$

ב. הנורמל של המישור π הוא: $\overrightarrow{AB}=(2,4,0)$

נקודה במישור π היא: $B(2,6,3)$

לכן משוואת המישור π היא: $x+2y-14=0$

ג. הזווית בין הישר BC למישור π היא $\sphericalangle CBD$, כמתואר בסרטוט.



$AB\perp\pi$

$\Downarrow$

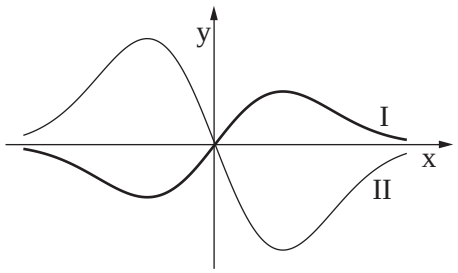
$AB\perp BD$

$\Downarrow$

$\sphericalangle CBD=90^o-80.9^o=9.1^o$

/המשך בעמוד 5/

שאלה 4



נתונות הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו־ II של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר ℓ_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר ℓ_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר ℓ_1 , ואת משוואת הישר ℓ_2 .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .

השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .

מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

פתרון לשאלה 4

א. נתון: $g'(x) = -2f(x)$

לכן שיעור ה־ y בערכו המוחלט של כל נקודה על גרף הפונקציה $g'(x)$ גדול פי 2

משיעור ה־ y בערכו המוחלט של כל נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$.

מכאן על פי הציור הנתון: גרף I הוא של $f(x)$, גרף II הוא של $g'(x)$.

ב.

$$g(x) = \int -2xe^{-x^2}\,dx = e^{-x^2} + C$$

$$g(0.5) = e^{\frac{1}{0.25}} \Rightarrow e^{\frac{1}{0.25}} = e^{-0.5^2} + C \Rightarrow C = 0$$

$$\Downarrow$$

$$g(x) = e^{-x^2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}g'(x) = xe^{-x^2}$$

$$f(x) > g(x)$$

$$\Updownarrow$$

$$xe^{-x^2} > e^{-x^2}$$

$$\Updownarrow$$

$$x > 1 \quad (\text{כי } e^{-x^2} > 0)$$

/המשך בעמוד 6/

המשך פתרון לשאלה 4

ג.

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = e^{-x^2}(1 - 2x^2)$$

$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g'(x) = -2f(x) \Rightarrow \quad g''(x) = -2f'(x)$$

לכן ל־ $f(x)$ ול־ $g'(x)$ יש בנקודות הקיצון אותם שיעורי x, וסוגי הקיצון הפוכים.

לפי הסרטוט ל־ $f(x)$ יש מינימום ב־ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

לכן משוואת ℓ_1 היא: $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

משוואת ℓ_2 היא: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ד.

$$S_1 = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{0} [g'(x) - f(x)]\,dx = 1.5\,[g(x)]_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{0}$$

$$S_2 = \int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} [f(x) - g'(x)]\,dx = -1.5\,[g(x)]_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1.5\,[g(x)]_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{0}$$

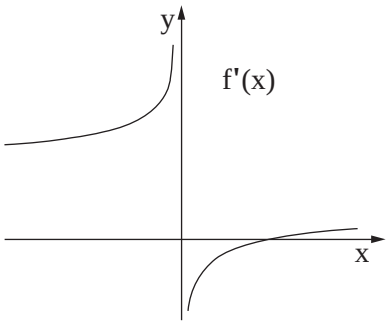
$$g(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = g(\frac{\sqrt{2}}{2})$$

לכן: $\frac{S_1}{S_2} = 1$

/המשך בעמוד 7/

שאלה 5

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$.
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .



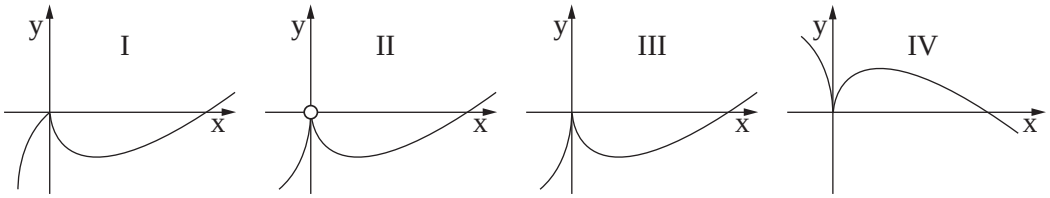
א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.
מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV . איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



פתרון לשאלה 5

א. (1) נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה־ x: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

על פי הגרף של $f'(x)$ מוצאים:
($f'(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$)

x	$x < 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$		$\nearrow$

$f(x)$ עולה בתחומים: $x < 0$, $x > 1$, $f(x)$ יורדת בתחום: $0 < x < 1$

(2) על פי הגרף $f'(x)$ עולה עבור $x > 0$ והיא עולה עבור $x < 0$, לכן $f''(x)$ חיובית בתחומים אלה,
ולכן $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ עבור $x > 0$, $x < 0$.

ב. על פי תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה $x = 1$,
לכן שיעורי נקודת המינימום הם: I. $(1, -1)$

II. $f(x) = \int (2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}})dx = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} + C$

מ־ I ו־ II מקבלים: $f(x) = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}(2x^{\frac{1}{3}} - 3)$

נקודות החיתוך עם הצירים:

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ \qquad\quad x_2 = 3.375 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} (0, 0) \\ (3.375, 0) \end{array}$$

ג. גרף III , כי: ל־ $f(x)$ יש נקודת מינימום ב־ $x = 1$, על פי תת־סעיף א (1) .
$f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ גם עבור $x < 0$, על פי תת־סעיף א (2) .
$f(x)$ מוגדרת גם עבור $x = 0$, על פי הנתון.

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ב, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807 , 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. במשולש ישר־זווית ABC נתון: $\sphericalangle ACB = 90^o$, $C(4,-2)$,
משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$,
שיעור ה־ x של קדקוד A גדול משיעור ה־ x של קדקוד B .

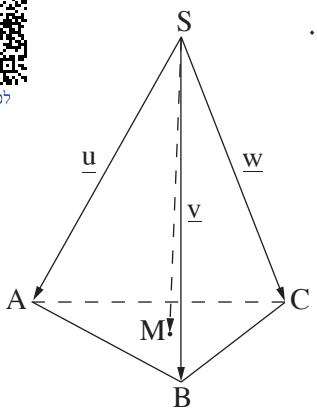
   א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B , שעבורם ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

   ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר במשולש שבסעיף א.
מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה פירמידה ישרה SABC . נסמן: $\overrightarrow{SA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SC} = \underline{w}$.

לפתרון בווידאו



M היא נקודה במישור ABC כך ש- $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

נתון: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$

א. הוכח כי הווקטור $\overrightarrow{SM}$ מאונך למישור ABC .

נתון גם: $\underline{u} = (-\frac{3}{2} , -\frac{\sqrt{3}}{2} , -2)$

$\underline{v} = (\frac{3}{2} , -\frac{\sqrt{3}}{2} , -2)$

$\underline{w} = (0 , \sqrt{3} , -2)$, $C\,(0 , \sqrt{3} , 0)$

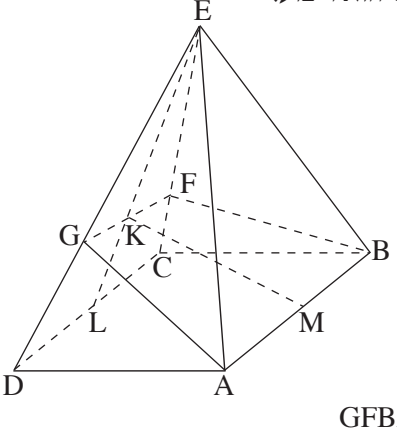
ב. מצא את משוואת המישור ABC .

ג. דרך קדקוד C העבירו מישור π המקביל למקצוע AB ויוצר זווית של 30° עם המישור ABC . מצא את משוואת המישור π (מצא את שני הפתרונות).

לפתרון בווידאו

3. א. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים שונים מאפס. נתון כי $\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר מדומה טהור. הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה z_1 וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך הנקודה z_2 וראשית הצירים. (הנקודות z_1 ו- z_2 מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים.)

ב. נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



F היא נקודה על המקצוע EC ,

ו- G היא נקודה על המקצוע ED כך

שנוצר המישור GFBA .

EL , הגובה ל- DC בפאה EDC ,

חותך את GF בנקודה K .

KM הוא אנך אמצעי ל- AB (ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה

לבסיס הפירמידה היא 70° . הזווית בין המישור GFBA

לבסיס הפירמידה היא 40° . גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ.

מצא את האורך של הקטע KL .

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a\ell nx}{\sqrt{x}}$, $a < 0$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה ומאונך לציר ה־ x , מסתובב סביב ציר ה־ x . נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא $\frac{8\pi}{3}$.
מצא את הערך של a .

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמק.

(2) האם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמק.

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

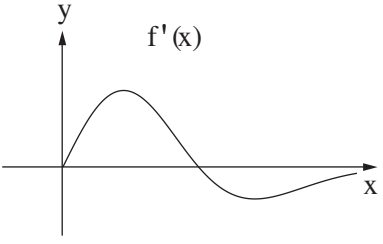
בתחום $x \geq 0$.

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת $f'(x)$

מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה־ x היא נקודה

שבה $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$.



ב. מצא את שיעורי ה־ x (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור ה־ x של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד ב קיץ תשע"ב 2012</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $A(4,\ -5)\ ,\ B(2.5,-2)$.
ב. $A(3.1,-3.2)\ ,\ B(1.6,-0.2)$.

<u>שאלה 2</u>

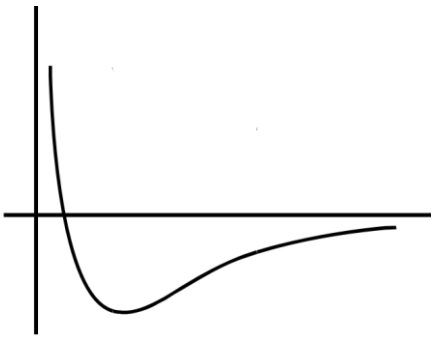
א. הוכחה .
ב. $z=0$.
ג. $y+\sqrt{3}z-\sqrt{3}=0$ או $y-\sqrt{3}z-\sqrt{3}=0$.

<u>שאלה 3</u>

א. הוכחה.
ב. 1.369 ס"מ.

<u>שאלה 4</u>

א. (1) $x>0$.
(2) $(1,0)$.
(3) <u>עלייה</u>: $x>e^2$, <u>ירידה</u>: $0<x<e^2$.
ב.

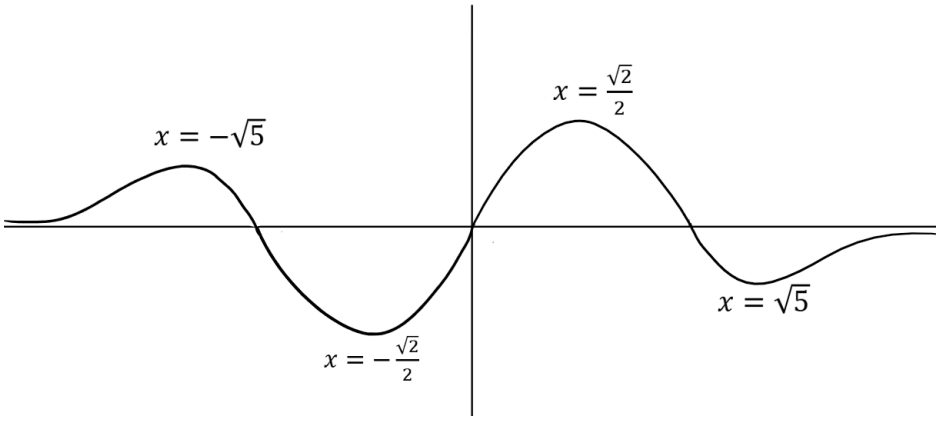


ג. $a=-1$.

<u>שאלה 5</u>

א. (1) הפונקציה $f(x)$ היא **זוגית**.
(2) פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא **אי-זוגית**.
ב. <u>מקסימום מוחלט</u>: $x=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{\frac{1}{2}}$.
<u>מינימום מוחלט</u> : $x=\sqrt{5}$.

ג.



ד. (1) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 035807, 317
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x - 1$,
ומשוואת הצלע AC היא $y = -x + 3$.
הנקודה $D(6,3)$ נמצאת על הצלע BC.
נתון כי $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$.

א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. הנקודה $D(6,3)$ נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$.
ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C
כך ש־ $FD = FC$.
מצא את שטח המשולש FDC.

לפתרון בווידאו

2. נתונים שני מישורים π_1 ו־ π_2 המקבילים זה לזה.
המרחק בין שני המישורים הוא 2.
מישור π_1 עובר דרך הנקודות $A(2,0,3)$ ו־ $B(0,0,6)$.
מישור π_2 עובר דרך הנקודה $C(-2,0,2)$.
מצא את משוואת המישור π_1 ואת משוואת המישור π_2
(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).

/המשך בעמוד 3/

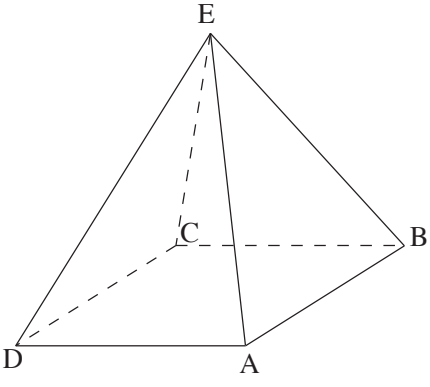
לפתרון בווידאו

3. א. נתונה המשוואה $z^3 = w$.

נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם היא פתרון של המשוואה.

ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבסיסה ריבוע (ראה ציור).



הזווית בין פאה צדדית בפירמידה לבסיס הפירמידה היא 70°.

(1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.

(2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.

מצא את האורך של צלע הבסיס של הפירמידה.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

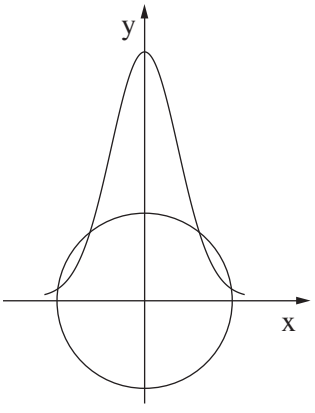
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2-0.5x^2}$.

מעגלים שמרכזם בראשית הצירים נפגשים עם גרף הפונקציה (ראה ציור).

מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה מצא את הרדיוס המינימלי.



לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{a}{(a^2+1)(ax+1)}$. a הוא פרמטר בפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$ מקיימת: $F(a) = \int_0^a f(x)dx$.

א. מצא את הפונקציה $F(a)$.

ב. בתחום $a \geq 0$ מצא:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(a)$, וקבע את סוגן.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $F(a)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד א קיץ תשע"ב 2012</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $(x-6)^2+(y-1)^2=16$

ב. 36.

<u>שאלה 2</u>

π_1 : $3x+6y+2z-12=0$ **או** $3x-6y+2z-12=0$.

π_2 : $3x+6y+2z+2=0$ **או** $3x-6y+2z+2=0$.

<u>שאלה 3</u>

א. הוכחה.

ב. (1) $37.76°$.

(2) 2.885 ס"מ.

<u>שאלה 4</u>

$\sqrt{5}$

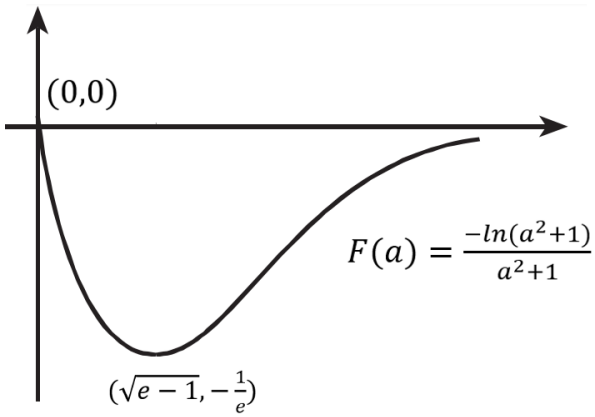
<u>שאלה 5</u>

א. $F(a)=\frac{-ln(a^2+1)}{a^2+1}$

ב. (1) $max\ (0,0)$,$min\ (\sqrt{e-1},-\frac{1}{e})$.

(2) $(0,0)$.

ג.



מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: חורף תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

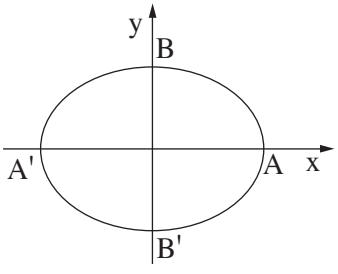
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ חותכת את ציר ה־ x בנקודות A ו־ A', ואת ציר ה־ y היא חותכת בנקודות B ו־ B', כמתואר בציור.



לפתרון בווידאו

א. נתון כי הישר $y=-\frac{5}{4}x$ מאונך לישר $A'B$, והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.
מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו־ F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.
מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2.

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה־ x.
נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו־ A', ומוקדיה הם F_1' ו־ F_2'.
E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש־ $E'E$ מקביל לציר ה־ y.
הגובה לצלע $F_1'F_2'$ במשולש $E'F_1'F_2'$ גדול פי k $(k>1)$ מהגובה לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2.

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F_1' ו־ F_2' יתלכדו לנקודה אחת בראשית הצירים? נמק.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x + 2y - z - 4 = 0$.

הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x} = (1, 2, -7) + t(3, 2, 1)$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B .

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M .

אחת מהנקודות M ו־ D נמצאת על ציר ה־ x , ואחת מהן נמצאת על ציר ה־ z .

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה־ x . נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD . האנך חותך את המישור בנקודה E .

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD .

/המשך בעמוד 4/

לפתרון בווידאו

3. א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון: $\left|1+\frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$.

O היא ראשית הצירים.

מצא במשולש $O\,z\,\bar{z}$:

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

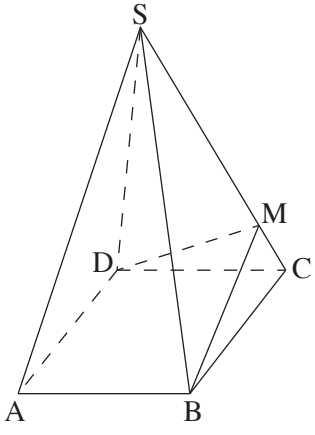
M היא נקודה על המקצוע SC

כך ש- $\sphericalangle DMB$ היא הזווית

שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle DMB = 2\alpha$,

זווית הבסיס בפאה צדדית היא β.



(1) מצא את הערך של המכפלה $\sin\alpha \cdot \sin\beta$.

(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^o$? נמק.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 5/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל x, מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)}(x - \frac{3}{2})$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -\frac{1}{4}$.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(3) נתון גם: $g'''(x) < 0$ עבור $x < 1.5$

$g'''(x) > 0$ עבור $x > 1.5$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

/המשך בעמוד 6/

לפתרון בווידאו

5. משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II , גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות $f(x) = N_o \cdot a^x$ ו- $g(x) = M_o \cdot b^x$ בהתאמה.

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.

ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II .

ג. סרטט בקו מלא (——) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (– – –) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה.

ציין מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר?

בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

<u>פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני , מס 035582, מועד חורף תשע"ב 2012</u>

יש לענות על <u>שתיים</u> מן השאלות 1-3.

יש לענות על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

<u>שאלה 1</u>

א. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

ב. $P_{EF_1F_2}=16$.

ג. (1) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16k^2}=1$.

(2) $k=1.25$.

<u>שאלה 2</u>

א. $(-2,0,-8)$.

ב. הנקודה D נמצאת על ציר ה-x.

ג. (1) ההצגה הפרמטרית של הישר BE היא $l_{BE}: \underline{x}=(-2,0,-8)+p(1,0,2)$.

(2) הישר BE מתלכד עם האלכסון BD.

<u>שאלה 3</u>

א. (1) $30°$, $30°$, $120°$.

(1) 1 , 1 , $\sqrt{3}$.

ב. (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

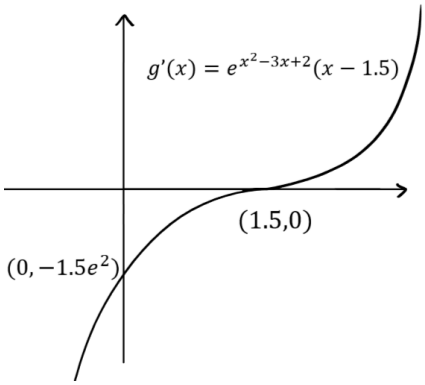
(2) לא יתכן.

<u>שאלה 4</u>

א. (1) $(1.5,0)$, $(0,-1.5e^2)$.

(2) <u>עלייה</u>: כל x. <u>ירידה</u>: אין.

(3)



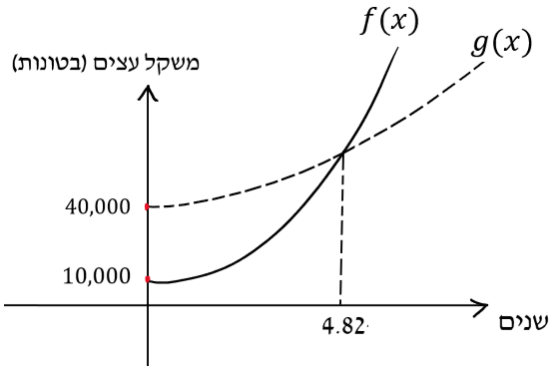
ב. $g(x)=0.5e^{x^2-3x+2}+1$

<u>שאלה 5</u>

א. $g(x) = 40{,}000 \cdot 1.125^x$, $f(x) = 10{,}000 \cdot 1.5^x$.

ב. כעבור יותר מ-4.82 שנים.

ג.



ד. כעבור 0.52 שנה.

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: תשע״א, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

<u>תכנית ניסוי</u>

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $2\times 33\frac{1}{3}$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $1\times 33\frac{1}{3}$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה״כ — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

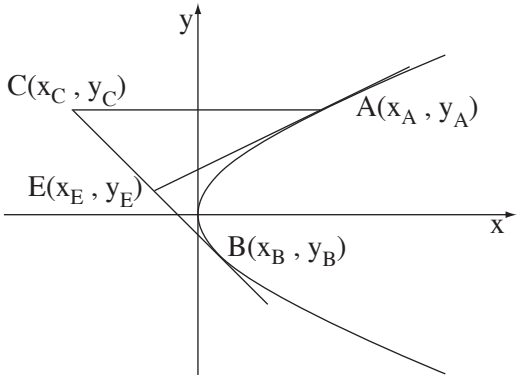
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה $y^2 = 2x$.



ישר המשיק לפרבולה בנקודה A נפגש בנקודה E עם ישר המשיק לפרבולה בנקודה B
(A בריבוע הראשון ו־ B בריבוע הרביעי).
דרך הנקודה A העבירו ישר החותך את המשך EB בנקודה C כך ש־ $CE = EB$,
כמתואר בציור.

א. הראה כי $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$.

ב. הראה כי CA מקביל לציר ה־ x .

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

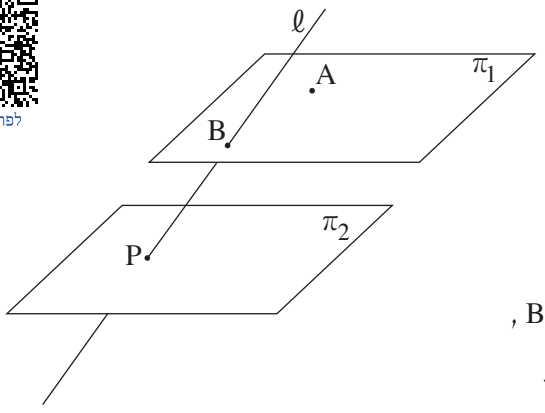
2. נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: \quad 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: \quad 2x + y + 2z - 10 = 0$$

ונתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$\ell: \quad \underline{x} = (0,10,0) + t(0,2,1)$$



הישר ℓ חותך את המישור π_1 בנקודה B,

ואת המישור π_2 הוא חותך בנקודה P.

הנקודה $A(-5,0,z)$ נמצאת במישור π_1 (ראה ציור).

מהנקודות A ו־ B העבירו אנכים למישור π_2, החותכים את המישור בנקודות D ו־ C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה $PABCD$ (שבסיסה $ABCD$).

לפתרון בווידאו

3. א. נתון מספר מרוכב z (שהוא לא ממשי) המקיים $z + \frac{1}{z} = 2\cos\beta$, $z \neq 0$.

(1) הבע באמצעות β את z. מצא את שני הפתרונות.

(2) האם הביטוי $z^n + \frac{1}{z^n}$ הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה טהור או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.

(n הוא מספר טבעי. z הוא המספר הנתון.)

ב. נתון כי מספר מרוכב z נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה.

סרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,

ומקם בסרטוט את המספר z, ואת:

(1) $\frac{1}{z}$. נמק.

(2) $\frac{1}{\bar{z}}$. נמק.

(3) $z + \bar{z}$. נמק.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2^{x-3} - b$ המוגדרת לכל x. b הוא פרמטר גדול מ- 1.

א. (1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) הבע באמצעות b את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = |f(x)|$.

(1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הבע באמצעות b את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 3$.

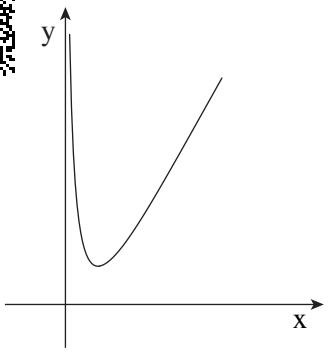
/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ell nx)^2 + x \quad , \quad x > 0$

(ראה ציור),

ונתון הישר $y = x - 4$.



א. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$

והוסף לו סרטוט של הישר הנתון. נמק.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$,

ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.

ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB , אם הקטע מקביל לציר ה- y .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB , אם הקטע מאונך לישר הנתון.

ד. מבין כל הקטעים AB האפשריים, מהו האורך המינימלי של הקטע AB ? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשע״א, 2011
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה״כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

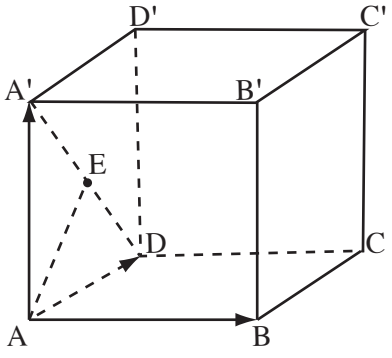
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.
קדקודי המשולש B ו- C מונחים על הישר $y = x + 1$.
שיעורי הקדקוד A הם $(12,3)$.
P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה- y של P הוא $5\frac{1}{2}$.
א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.
ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן) בנקודות D ו- E.
האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.
מצא את משוואת הישר DE.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$.



נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$

נתון: $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$ $|\underline{v}| = 1$

נקודה F מקיימת $\overrightarrow{BF} = t\overrightarrow{BC}$.

t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון $A'D$.

א. הראה כי לא קיים ערך של t

שעבורו $\sphericalangle EAF = 30^o$.

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו $\cos\sphericalangle EAF = \frac{1}{5}$.

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת: בתוך הקטע BC ,

באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC ? נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה $ABB'A'$, מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC . נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t ? אם כן – הסבר מדוע.

אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

/המשך בעמוד 4/

לפתרון בווידאו

3. נתונה סדרה: $i \ , \ i^2 \ , \ i^3 \ , \ldots , \ i^n , \ldots$

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום $4n$ האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של n מספרים מרוכבים: $z_1 \ , \ z_2 \ , \ z_3 \ , \ldots , \ z_n$

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי n קדקודים של מצולע משוכלל בעל n צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון.

נתון גם כי $z_1 = 1$.

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר z_n (הבע באמצעות n).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי n הקדקודים של המצולע המשוכלל.

/המשך בעמוד 5/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n(1+e^{-x})+\frac{1}{3}x$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. M ו־ N הן נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$, ששיעורי ה־ x שלהן שונים מאפס.
שיעור ה־ x של M הוא x_o, ושיעור ה־ x של N הוא $-x_o$.
הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$,
שווה לשיפוע הקטע MN.

ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים
(אם יש כאלה).

ד. (1) מצא עבור אילו ערכי x פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא שלילית.

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$
ועל ידי שני הצירים.

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n(x^2+a)$, a הוא פרמטר, $a>0$.
לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן $y=3\ell n2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את הערך של a.

ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של $f(x)$, ואת גודל השיפוע המינימלי של $f(x)$.

הצב $a=4$, וענה על סעיף ד.

ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: חורף תשע"א, 2011
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

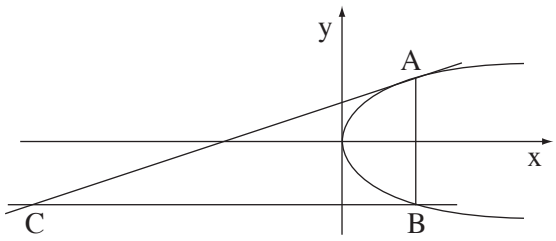
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. A ו- B הן נקודות כלשהן על הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$ כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- y .
ישר, המשיק לפרבולה בנקודה A , חותך בנקודה C את הישר שעובר דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- x (ראה ציור).



א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

(2) סרטט במערכת צירים סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

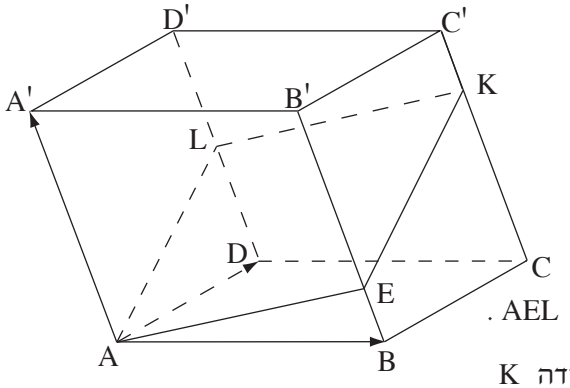
ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודה C , הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת, הוא $y = -2p$.

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA , ובין ציר ה- x .

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתון מקבילון $ABCDA'B'C'D'$
(גוף שכל פאותיו הן מקביליות).
נקודה L היא אמצע המקצוע DD'.
נקודה E נמצאת על המקצוע BB'
כך ש- $\frac{B'E}{EB}=3$.
נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.
המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K
(ראה ציור).



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$, $\overrightarrow{CK}=m\overrightarrow{CC'}$

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x}=(4,5,8)+t(1,-1,2)$,
הנקודה $(2,-1,3)$ נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C' הם $(x,y,0)$.
מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

לפתרון בווידאו

3. z_1 , z_2 ו- z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים. z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.
נסמן $z_1=r_1(\cos\alpha+i\sin\alpha)$.

א. האם המנה $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$ היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי ולא מדומה טהור? נמק.

נתון גם כי z_1 ו- z_3 נמצאים על מעגל היחידה, ו- $\left|\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}\right|=\frac{1}{2}$.

ב. חשב את הערך המוחלט של z_2.

ג. z_4 הוא הצמוד של z_1.
הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות z_1 , z_3 , z_4.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונות שלוש פונקציות, I , II , III :

I. $y = -2x + 4$ II. $y = \ell nx$ III. $y = \ell nx + 2x - 4$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף הפונקציה II . ציין מספרים על ציר ה־ x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו־ II חייבת להימצא בתחום $1 < x < 2$.

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה III עם ציר ה־ x . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתת־סעיף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה III .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II , על ידי הגרף של פונקציה III ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו־ $x = 2.5$.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (1+x)e^{-x}$.

א. הראה כי $f'(x) = -xe^{-x}$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הראה כי עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^{a} f(x)\,dx < e$.

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y .

(2) הסבר מדוע עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^{a} f(x)\,dx > e-2$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: תש"ע, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

<u>תכנית ניסוי</u>

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3}\times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3}\times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

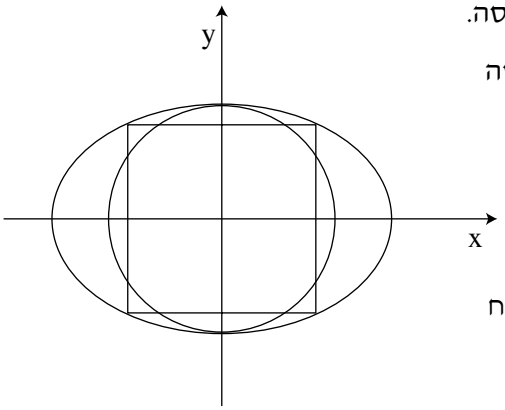
1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2-16}=1$, $a\neq 4$, $a>0$.

א. עבור אילו ערכים של a מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.



באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- y , וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים (ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח הריבוע החסום הוא $\frac{4\pi}{9}$.

מצא את הערך של a^2 .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1,1,8)\ ,\ C(-2,2,-1)\ ,\ B(4,-2,5)\ ,\ A(6,a,9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi:\quad \underline{x} = (2,-1,4) + t(4,-3,5) + s(2,-1,1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור π חותך את הצירים בנקודות $K\ ,\ L\ ,\ M$.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה OKLM

(O – ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה OKLM ? נמק.

3. נתונה המשוואה $2z^2 - (m-2)z - \frac{1}{8}i = 0$.

z – מספר מרוכב, m – פרמטר מרוכב.

א. z_1 ו- z_2 הם פתרונות המשוואה הנתונה.

מצא עבור איזה ערך של m מתקיים $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = -4$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של m יש למשוואה הנתונה פתרון יחיד.

הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של m שמצאת

בתת-סעיף ב (1):

(2) נמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

(3) נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-2x-a}{e^{-x}}$. a הוא פרמטר.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ שתי נקודות קיצון.

ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x .
המרחק בין הישרים הוא 6 . מצא את ערך הפרמטר a .

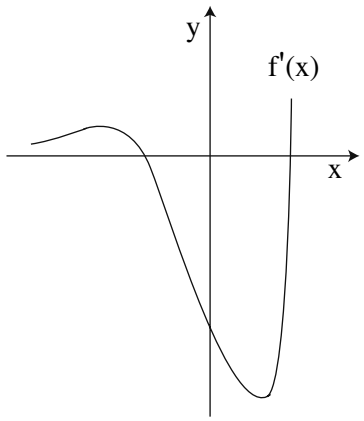
הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. לפניך סקיצה של
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
מצא את השטח המוגבל
על ידי הגרף של $f'(x)$,
על ידי הישר $x=-5$, על ידי ציר ה- y
ועל ידי ציר ה- x .



/המשך בעמוד 5/

5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_b(ax)$ בתחום $1 \le x \le 2$, $a > 0$, $0 < b < 1$.

בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4 ,

והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2 .

מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a(\frac{3x - x^2}{\tan x})$ בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$,

$0 < a < 1$.

מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום הנתון (אם יש כאלה) ,

וקבע את סוגן.

<u>שים לב</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תש"ע, 2010
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

<u>תכנית ניסוי</u>

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3}\times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3}\times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה $x^2+4y^2=36$.

האליפסה חותכת את ציר ה־x בנקודות A ו־B.

א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגאומטרי של מפגשי התיכונים במשולש ABE.

ב. הנקודות $(\sqrt{2}\,,\,y)$ נמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א. חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו־B, ונוצר מצולע.
מצא את שטח המצולע.

ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה־y של כל אחת מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה־x שלהן.

(1) מהי משוואת המעגל?

(2) האם למעגל ולמקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א יש נקודות חיתוך? נמק.

/המשך בעמוד 3/

2. נתון משולש ABC שווה־שוקיים וישר־זווית, $\sphericalangle C = 90^o$.

שניים מקדקודי המשולש הם: $C(6,-2,-2)$, $A(3,-2,1)$.

המישור $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$ מקביל למישור ABC .

א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד B .

(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד B ב־ B_1 ו־ B_2 .

האם הקדקוד C נמצא על הישר B_1B_2 ? נמק.

ב. נקודה D נמצאת במישור π .

מצא את נפח הפירמידה DAB_1B_2 .

3. א. (1) נתונות נקודות המקיימות $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$, $z = x + yi$.

רשום באמצעות x ו־ y את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת בתת־סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת, ומקיימות $|z|^2 = 1.25$.

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת־סעיף ב (1)? נמק.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^x-ae^{-x}}{e^x+ae^{-x}}$, a הוא פרמטר.

א. מצא עבור $a>0$, ועבור $a<0$ (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר ℓn בתשובותיך במידת הצורך.

ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y נמצאת בחלק השלילי של הציר.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור $a>0$.

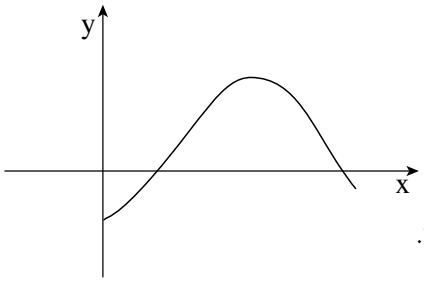
(2) עבור $a<0$.

/המשך בעמוד 5/

5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$g(x) = \sin(\frac{\pi x}{6}) - \cos(\frac{\pi x}{3})$

המוגדרות לכל x בתחום $0 \le x \le \frac{5\pi}{3}$.



בציור מוצג הגרף של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר $y = k$ משיק לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ באותה נקודה.

($g'(x)$ שווה לאפס רק בנקודה אחת.)

העתק למחברתך את הגרף של $g(x)$, ובאותה מערכת צירים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(3) פתור את המשוואה $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin(\frac{\pi x}{6}) - \cos(\frac{\pi x}{3})$. נמק.

ב. (1) באיזה תחום $f'(x) > 0$, ובאיזה תחום $f'(x) < 0$?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 4$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: חורף תש"ע, 2010
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

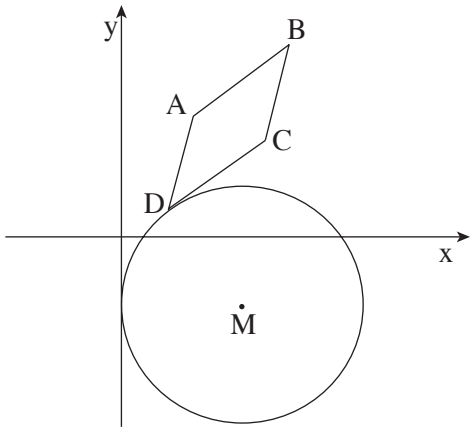
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

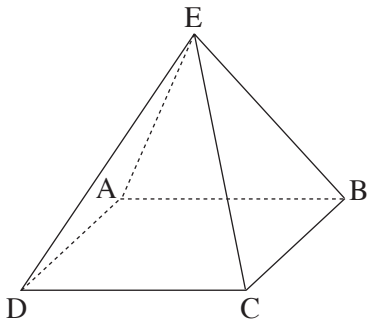
1. נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי.
המעגל משיק לציר ה־ y .
במקבילית ABCD הצלע DC משיקה
למעגל זה בנקודה D , כמתואר בציור.
נתון: B(7 , 8) , A(3 , 5) ,
רדיוס המעגל הוא 5 ,
שטח המקבילית ABCD הוא 13 .



א. מצא את משוואת הישר DC .

ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה־ y .

2. בפירמידה ABCDE , שבסיסה ABCD הוא מקבילית,
נתון כי $\overrightarrow{EA} \perp \overrightarrow{EC}$.



א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן,
אז $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{EB}$.

ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א,
והוכח אותה.

/המשך בעמוד 3/

3. א. נתון מקום גאומטרי המקיים: $|z-\bar{z}+i|=|3z+\bar{z}-i|$, $z=x+yi$.

מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגאומטרי הנתון בנקודה שבה $x=0$.

ב. נתון חרוט ישר שקדקודו S , ומרכז הבסיס שלו הוא O .

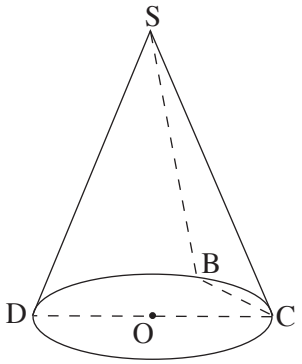
D , B ו- C הן נקודות על ההיקף של בסיס החרוט.

DC הוא קוטר.

נתון: $\sphericalangle BOC=40^o$,

הזווית בין המישור SBC למישור של בסיס החרוט היא 55° .

חשב את גודל הזווית DSC .



<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

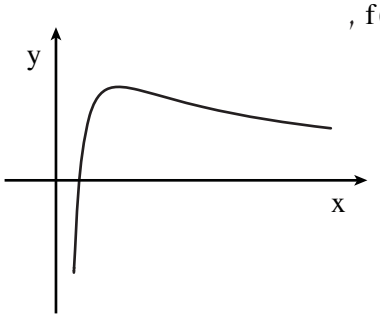
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. בשעה 8^{oo} היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I
ו- 100 גרם של חומר רדיואקטיבי II .
הכמות של כל אחד מהחומרים קטַנה עם הזמן בצורה מעריכית.
כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו- 64 גרם של חומר II .
כעבור כמה שעות (מהשעה 8^{oo}) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני החומרים שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)=2^x$ את הנקודה הקרובה ביותר לישר $y=x\cdot\ell n4$.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{\ell n(ax)}{x}$,
ונתונה הפונקציה $g(x)=-\frac{\ell n(ax)}{x}$, $a>1$.
מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון של
שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
השטח, המוגבל על ידי הישר, על ידי הגרפים של
שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x=e$, שווה ל- $\ell n^2(2e)-1$.



מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של $f(x)$ ודרך נקודת הפיתול של $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: תשס"ט, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־4 ול־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

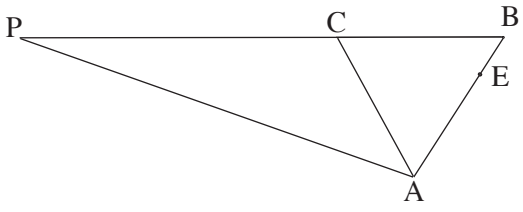
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(0,0)$ ו- $E(3,6)$.



נקודה B נמצאת על המשך AE כך ש- $AB = AC$ (ראה ציור),
ושטח המשולש CAE גדול פי 3 משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש- $PC = 2BC$.
מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה $(-40, 4)$ נמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.
מצא עבור נקודה זו את משוואת האנך ל- BC העובר דרך C.

/המשך בעמוד 3/

2. נתון מישור π שמשוואתו $2x+y-z+3=0$.

הנקודות $B(1,-2,m)$ ו־ $A(-1,-2,k)$ נמצאות במישור זה.

הישר BG מאונך למישור π .

א. מצא את שיעורי הנקודה G , אם גם נתון כי $|\overrightarrow{BG}|=\sqrt{96}$,

ושיעור ה־ x של הנקודה G הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה G שאת שיעוריה מצאת בסעיף א, ודרך הנקודה $E(11,6,-17)$

עובר ישר ℓ החותך את המישור π בנקודה F .

הוכח כי הנקודות B , A ו־ F נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר AF לציר ה־ x .

3. א. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

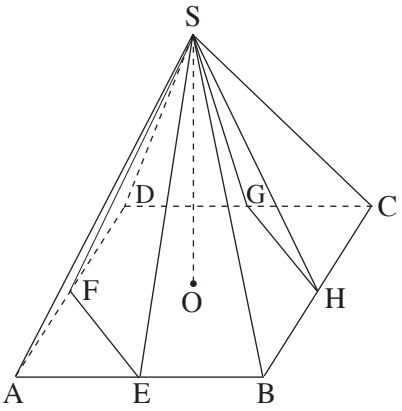
H , G , F , E הן נקודות האמצע

של צלעות הבסיס (ראה ציור).

נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס.

חשב את גודל הזווית שבין המישור SHG

למישור SFE .



ב. קדקודי מתומן משוכלל ABCDEFGH (מצולע בעל שמונה צלעות)

נמצאים במישור גאוס, ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים.

נתון כי קדקוד A הוא $z=1+i$.

מצא את הקדקודים B ו־ H . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדֵלות בצורה מעריכית.

כמות הדגים מסוג א' גדֵלה כל חודש פי q_1 ,

וכמות הדגים מסוג ב' גדֵלה כל חודש פי q_2 .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גָדְלה פי 2 , וכמות הדגים מסוג ב'

גָדְלה פי 4 . q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גָדְלה פי 2 ,

וכמות הדגים מסוג ב' גָדְלה פי 4 .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$.

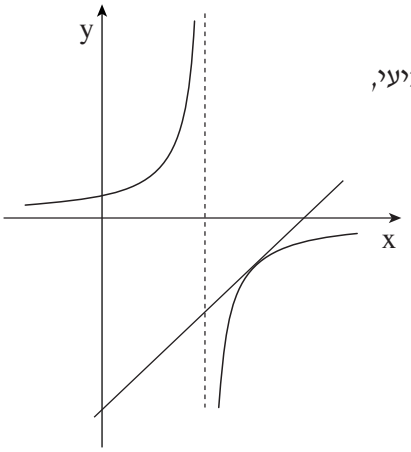
העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי,

שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר $x = 2e$.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ell nx - 1}{x}$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$, ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה $f(x) = b$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות b).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן. (הבע באמצעות b במידת הצורך.)

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של $f(x)$.

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של b הגרף של $f(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, עבור הערכים של b שמצאת בתת־סעיף ג (1), אם נתון כי $b > 0$.
ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: תש"ע, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

<u>תכנית ניסוי</u>

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3}\times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3}\times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

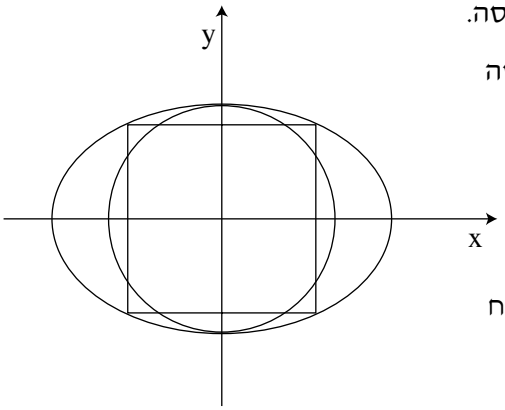
1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2-16}=1$, $a\neq 4$, $a>0$.

א. עבור אילו ערכים של a מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.



באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- y, וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים (ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח הריבוע החסום הוא $\frac{4\pi}{9}$.

מצא את הערך של a^2 .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1,1,8)\ ,\ C(-2,2,-1)\ ,\ B(4,-2,5)\ ,\ A(6,a,9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi:\quad \underline{x} = (2,-1,4) + t(4,-3,5) + s(2,-1,1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור π חותך את הצירים בנקודות $K\ ,L\ ,M$.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה OKLM

(O — ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה OKLM ? נמק.

לפתרון בווידאו

3. נתונה המשוואה $2z^2 - (m-2)z - \frac{1}{8}i = 0$.

z — מספר מרוכב, m — פרמטר מרוכב.

א. z_1 ו־ z_2 הם פתרונות המשוואה הנתונה.

מצא עבור איזה ערך של m מתקיים $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = -4$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של m יש למשוואה הנתונה פתרון יחיד.

הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של m שמצאת

בתת־סעיף ב (1):

(2) נמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

(3) נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-2x-a}{e^{-x}}$. a הוא פרמטר.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ שתי נקודות קיצון.

ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x .

המרחק בין הישרים הוא 6 . מצא את ערך הפרמטר a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. לפניך סקיצה של

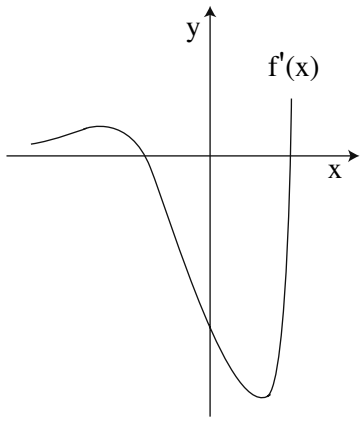
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל

על ידי הגרף של $f'(x)$,

על ידי הישר $x=-5$, על ידי ציר ה- y

ועל ידי ציר ה- x .



/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_b(ax)$ בתחום $1 \le x \le 2$, $a > 0$, $0 < b < 1$.

בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4 ,

והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2 .

מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a(\frac{3x - x^2}{\tan x})$ בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$,

$0 < a < 1$.

מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום הנתון (אם יש כאלה) ,

וקבע את סוגן.

<u>שים לב</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תש"ע, 2010
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

<u>תכנית ניסוי</u>

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3}\times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3}\times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה $x^2+4y^2=36$.
האליפסה חותכת את ציר ה־x בנקודות A ו־B.

א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגאומטרי של מפגשי התיכונים במשולש ABE.

ב. הנקודות $(\sqrt{2}\,,y)$ נמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א. חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו־B, ונוצר מצולע.
מצא את שטח המצולע.

ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה־y של כל אחת מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה־x שלהן.
(1) מהי משוואת המעגל?
(2) האם למעגל ולמקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א יש נקודות חיתוך? נמק.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתון משולש ABC שווה־שוקיים וישר־זווית, $\sphericalangle C = 90^o$.
שניים מקדקודי המשולש הם: $C(6,-2,-2)$, $A(3,-2,1)$.
המישור $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$ מקביל למישור ABC.

א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד B.

(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד B ב־ B_1 ו־ B_2.
האם הקדקוד C נמצא על הישר B_1B_2 ? נמק.

ב. נקודה D נמצאת במישור π.
מצא את נפח הפירמידה DAB_1B_2.

לפתרון בווידאו

3. א. (1) נתונות נקודות המקיימות $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$, $z = x + yi$.
רשום באמצעות x ו־ y את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת בתת־סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת, ומקיימות $|z|^2 = 1.25$.

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת־סעיף ב (1)? נמק.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^x-ae^{-x}}{e^x+ae^{-x}}$, a הוא פרמטר.

א. מצא עבור $a>0$, ועבור $a<0$ (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר ℓn בתשובותיך במידת הצורך.

ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ y נמצאת בחלק השלילי של הציר.

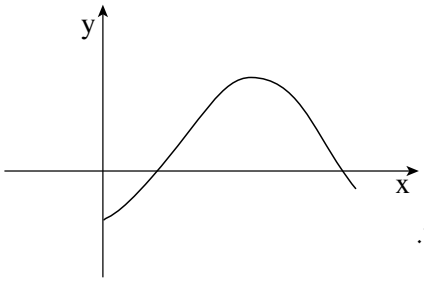
סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור $a>0$.

(2) עבור $a<0$.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו



5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$g(x) = \sin(\frac{\pi x}{6}) - \cos(\frac{\pi x}{3})$

המוגדרות לכל x בתחום $0 \le x \le \frac{5\pi}{3}$.

בציור מוצג הגרף של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר $y = k$ משיק לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ באותה נקודה.

($g'(x)$ שווה לאפס רק בנקודה אחת.)

העתק למחברתך את הגרף של $g(x)$, ובאותה מערכת צירים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(3) פתור את המשוואה $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin(\frac{\pi x}{6}) - \cos(\frac{\pi x}{3})$. נמק.

ב. (1) באיזה תחום $f'(x) > 0$, ובאיזה תחום $f'(x) < 0$?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 4$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: חורף תש"ע, 2010
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

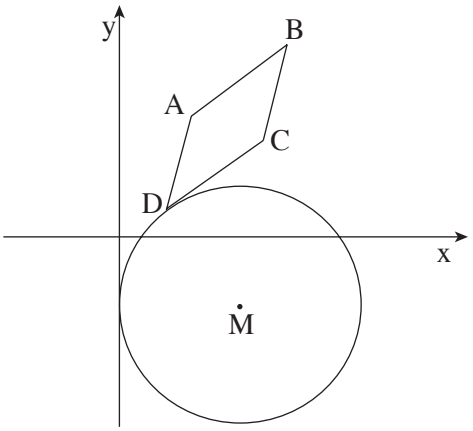
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33$\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי.
המעגל משיק לציר ה־ y .
במקבילית ABCD הצלע DC משיקה
למעגל זה בנקודה D , כמתואר בציור.
נתון: B(7 , 8) , A(3 , 5) ,
רדיוס המעגל הוא 5 ,
שטח המקבילית ABCD הוא 13 .

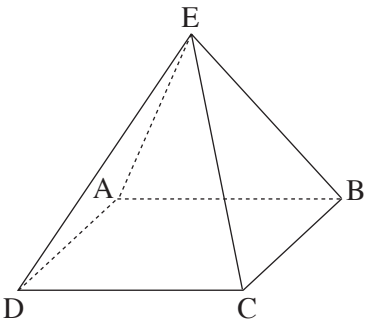


א. מצא את משוואת הישר DC .

ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה־ y .

לפתרון בווידאו

2. בפירמידה ABCDE , שבסיסה ABCD הוא מקבילית,
נתון כי $\overrightarrow{EA} \perp \overrightarrow{EC}$.



א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן,
אז $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{EB}$.

ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א,
והוכח אותה.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

3. א. נתון מקום גאומטרי המקיים: $|z-\bar{z}+i|=|3z+\bar{z}-i|$, $z=x+yi$.

מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגאומטרי הנתון בנקודה שבה $x=0$.

ב. נתון חרוט ישר שקדקודו S , ומרכז הבסיס שלו הוא O .

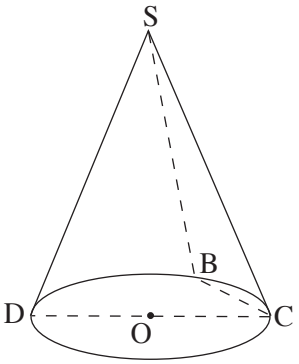
D , B ו- C הן נקודות על ההיקף של בסיס החרוט.

DC הוא קוטר.

נתון: $\sphericalangle BOC=40^o$,

הזווית בין המישור SBC למישור של בסיס החרוט היא 55° .

חשב את גודל הזווית DSC .



<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

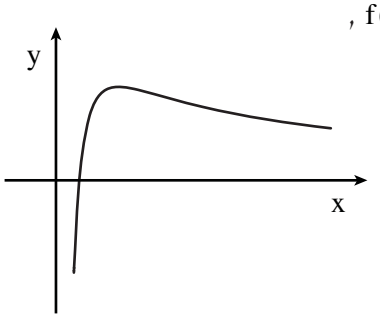
4. א. בשעה 8^{oo} היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I
ו- 100 גרם של חומר רדיואקטיבי II .
הכמות של כל אחד מהחומרים קטֵנה עם הזמן בצורה מעריכית.
כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו- 64 גרם של חומר II .
כעבור כמה שעות (מהשעה 8^{oo}) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני החומרים שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)=2^x$ את הנקודה הקרובה ביותר לישר $y=x\cdot\ell n4$.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

לפתרון בווידאו

5. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{\ell n(ax)}{x}$,
ונתונה הפונקציה $g(x)=-\frac{\ell n(ax)}{x}$, $a>1$.
מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון של
שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
השטח, המוגבל על ידי הישר, על ידי הגרפים של
שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x=e$, שווה ל- $\ell n^2(2e)-1$.



מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של $f(x)$ ודרך נקודת הפיתול של $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: תשס"ט, **מועד ב**
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל־4 ול־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	— גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים	— $33\frac{1}{3}\times 2$	— $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני	— גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות	— $33\frac{1}{3}\times 1$	— $33\frac{1}{3}$ נקודות
		סה"כ	— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

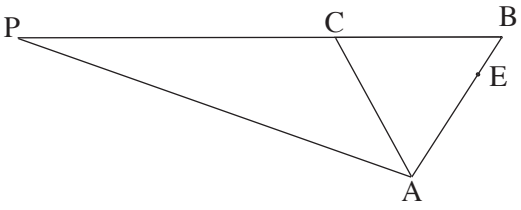
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתונות הנקודות $A(0,0)$ ו־ $E(3,6)$.



נקודה B נמצאת על המשך AE

כך ש־ $AB = AC$ (ראה ציור),

ושטח המשולש CAE גדול פי 3

משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש־ $PC = 2BC$.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה $(-40, 4)$ נמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנך ל־ BC העובר דרך C.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתון מישור π שמשוואתו $2x+y-z+3=0$.

הנקודות $B(1,-2,m)$ ו־ $A(-1,-2,k)$ נמצאות במישור זה.

הישר BG מאונך למישור π .

א. מצא את שיעורי הנקודה G , אם גם נתון כי $|\overrightarrow{BG}|=\sqrt{96}$,

ושיעור ה־ x של הנקודה G הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה G שאת שיעוריה מצאת בסעיף א, ודרך הנקודה $E(11,6,-17)$

עובר ישר ℓ החותך את המישור π בנקודה F .

הוכח כי הנקודות B , A ו־ F נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר AF לציר ה־ x .

לפתרון בווידאו

3. א. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

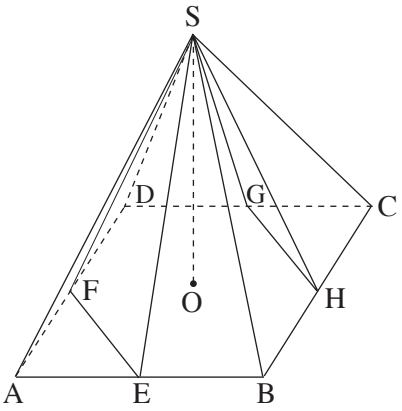
H , G , F , E הן נקודות האמצע

של צלעות הבסיס (ראה ציור).

נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס.

חשב את גודל הזווית שבין המישור SHG

למישור SFE .



ב. קדקודי מתומן משוכלל ABCDEFGH (מצולע בעל שמונה צלעות)

נמצאים במישור גאוס, ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים.

נתון כי קדקוד A הוא $z=1+i$.

מצא את הקדקודים B ו־ H . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדֵלות בצורה מעריכית.

כמות הדגים מסוג א' גדֵלה כל חודש פי q_1 ,

וכמות הדגים מסוג ב' גדֵלה כל חודש פי q_2 .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גָדְלה פי 2 , וכמות הדגים מסוג ב'

גָדְלה פי 4 . q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גָדְלה פי 2 ,

וכמות הדגים מסוג ב' גָדְלה פי 4 .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$.

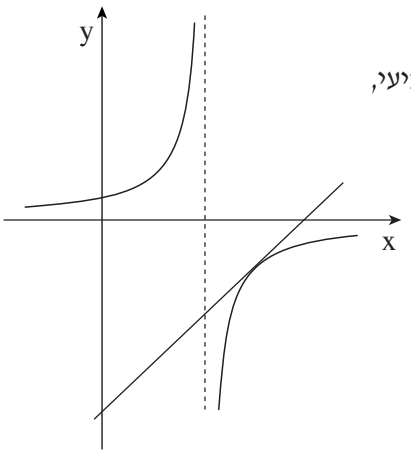
העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי,

שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר $x = 2e$.



<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ell nx - 1}{x}$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$, ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה $f(x) = b$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות b).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן. (הבע באמצעות b במידת הצורך.)

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של $f(x)$.

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של b הגרף של $f(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, עבור הערכים של b שמצאת בתת־סעיף ג (1), אם נתון כי $b > 0$.
ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשס"ט, 2009
מספר השאלון: 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

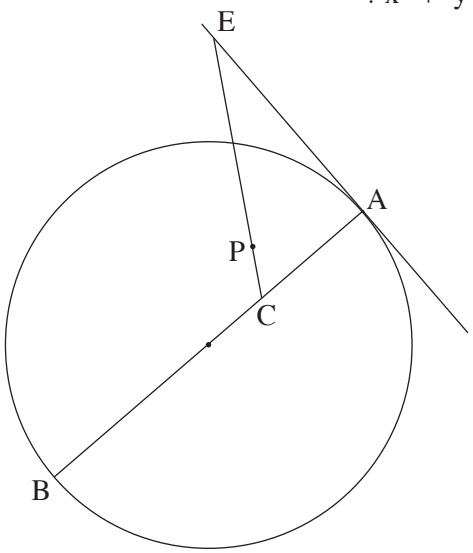
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66$\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2+y^2-4x+6y=887$.



בנקודה $A(20,21)$ שעל המעגל העבירו משיק למעגל.

נקודה C נמצאת על קוטר המעגל AB כך ש- $AC=\frac{1}{3}AB$.

נקודה E נמצאת על המשיק, ונקודה P נמצאת על הקטע EC כך ש- $CE=5CP$ (ראה ציור).

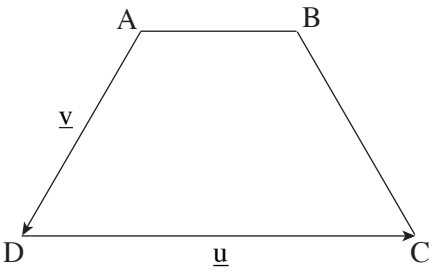
א. מצא את שיעורי הנקודה C.

ב. הבע את השיעורים של הנקודה E באמצעות השיעורים של הנקודה P, ומצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P הנוצרות באופן שתואר.

/המשך בעמוד 3/

לפתרון בווידאו

2. נתון טרפז שווה־שוקיים $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ (ראה ציור).



נתון כי $\sphericalangle DAB = 120^o$.

נסמן: $\overrightarrow{DC} = \underline{u}$ $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ $\overrightarrow{AB} = t\underline{u}$.

א. (1) הבע את t באמצעות $|\underline{u}|$ ו־ $|\underline{v}|$.

(2) הבע את הווקטור $\overrightarrow{BC}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $|\underline{u}|$ ו־ $|\underline{v}|$.

נתון: $\underline{u} = (8, 6, -10)$, $\underline{v} = (-1, y, 0)$.

ב. (1) מצא את שיעור ה־ y של הווקטור $\underline{v}$. (מצא את שתי האפשרויות).

(2) מבין שני הערכים של y שמצאת בתת־סעיף ב (1), מצא עבור איזה ערך של y הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו.

<u>הערה</u>: אפשר לפתור את סעיף ב בלי להסתמך על הפתרון של סעיף א.

לפתרון בווידאו

3. א. בסדרה <u>הנדסית</u> a_1 , a_2 , a_3 ...

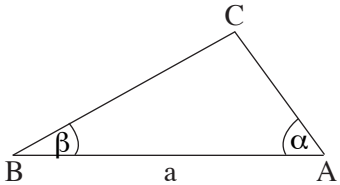
נתון: $a_4 = -8 + 8i$ $a_7 = 64 + 64i$.

מצא את a_1.

ב. במשולש ABC נתון: $AB = a$

$\sphericalangle CAB = \alpha$

$\sphericalangle CBA = \beta$ (ראה ציור).



הבע באמצעות a , α ו־ β את נפח הגוף שנוצר כאשר המשולש מסתובב סביב הצלע AB.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

לפתרון בווידאו

4. א. (1) בעיירה מסוימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיירה שׂער הראש נושר בדעיכה מעריכית מגיל עשרים ואחת והלאה.
כל שנה הגברים מאבדים 0.1% משער ראשם.
מצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים 0.2997% משער ראשם.

(2) נמצא כי אצל כל הילדות בעיירה מספר השערות גדל מאז הלידה בצורה מעריכית.
ביום מסוים היו לילדה מהעיירה 100,000 שערות.
כעבור m שנים נוספו לה 15,000 שערות.
הבע באמצעות m בכמה אחוזים גדל כל שנה מספר השערות של הילדה.

ב. נתונה פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x) = \frac{1}{(2x-1)^2} + e$.

לפונקציה f(x) יש נקודת קיצון ב־ (0 , 3) .

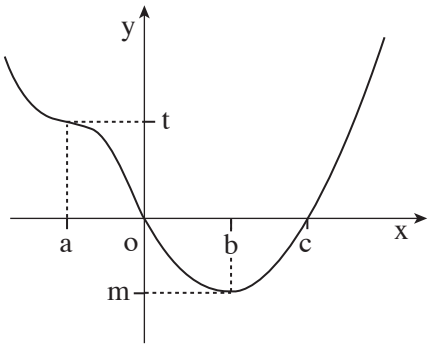
מצא את f(x) .

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 5/

לפתרון בווידאו

5. נתון הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (ראה ציור).



כמן כן נתון:

$$f(a)=d \quad , \quad f(o)=s \quad , \quad f(b)=p \quad , \quad f(c)=k$$

א. הבע באמצעות פרמטרים מתאימים:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

(2) את השיעורים של נקודת הפיתול של $f(x)$. נמק.

ב. נסמן: x_1 – שיעור ה־ x של נקודת הפיתול של $f(x)$.

x_2 – שיעור ה־ x של נקודת המינימום של $f(x)$.

הבע באמצעות פרמטרים מתאימים את ערך האינטגרל $\int_{x_1}^{x_2} f'(x)\cdot e^{-f(x)}dx$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל

משרד החינוך

בהצלחה

משימות והצעת תשובות

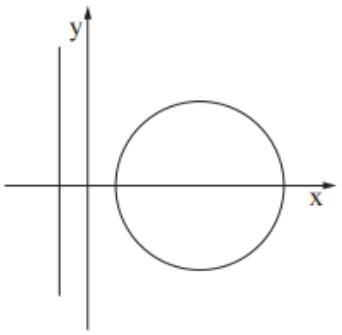
קיץ תשע"ד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

גאומטריה אנליטית

משימה 1



נתון המעגל $(x-a)^2+y^2=R^2$

ונתון הישר $x=R-a$, $0<R<a$ (ראה ציור).

המקום הגאומטרי של מרכזי מעגלים,

המשיקים מבחוץ למעגל ולישר הנתונים,

הוא פרבולה שמשוואתה $y^2=16x$.

א. מצא את הערך של a .

ב. שני מעגלים שמרכזיהם M ו־ P משיקים מבחוץ למעגל ולישר הנתונים.

רדיוס כל אחד מן המעגלים האלה הוא $5-R$.

מצא את השיעורים של נקודת המפגש של שני הישרים המשיקים בנקודות M ו־ P

לפרבולה שמשוואתה $y^2=16x$.

וקטורים

משימה 2

נקודה A נמצאת במישור π_1 שמשוואתו היא $x-z-2=0$.

נקודה B ונקודה C נמצאות במישור π_2 שמשוואתו היא $x-z-12=0$.

א. מצא את הזווית בין ישר המאונך למישור π_1 ובין ציר ה־ y .

ב. נתון: הישר AC מקביל לישר שהצגתו הפרמטרית היא $\underline{x}=t(2\,,0\,,-2)$.

מצא את האורך של AC . נמק.

ג. נתון גם: $\overrightarrow{BC}=(2\,,-1\,,c)$.

מצא את שטח המשולש ABC .

מרוכבים

משימה 3

z הוא מספר מרוכב שונה מ־ 0.

א. אם שלושת המספרים $\frac{1}{z}$, $z+\frac{1}{z}$, z הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית,

מצא את z (מצא את כל הפתרונות).

ב. אם $|z|=\left|\frac{1}{z}\right|$ ו־ $0^o<\arg(z)<90^o$,

מצא את $\arg(z+\frac{1}{z})$.

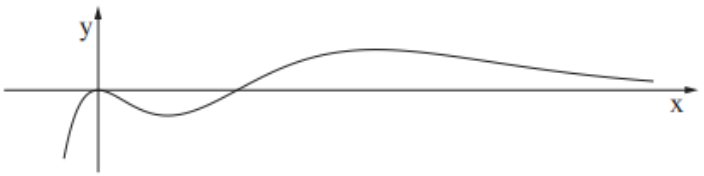
<u>הערה</u>: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.

חקירה של פונקציה מעריכית

משימה 4

נתונה הפונקציה $f(x) = (x^3 - ax^2)e^{-x}$ (ראה ציור).

a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .



א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בראשית הצירים ובנקודה A .

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A יוצר עם הצירים משולש ששטחו $\frac{8}{e^a}$.

מצא את הערך של a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

קבע את סוגן על פי הגרף.

ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. היעזר בעובדה שהחלק החיובי של ציר ה־ x הוא אסימפטוטה אופקית של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

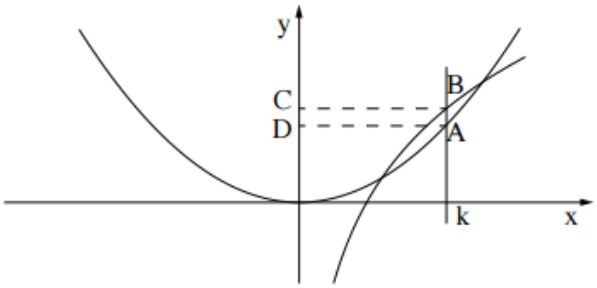
ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

חקירה של פונקציה לוגריתמית
בעיית מינימום-מקסימום

משימה 5

הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2$

$g(x) = \ell n(ax)$



נפגשים בשתי נקודות.

a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .

הישר $x = k$ חותך את גרף

הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

ואת גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B .

ישר זה נמצא בין נקודות החיתוך של שני הגרפים (ראה ציור).

א. הסבר מדוע הערכים של k אינם יכולים להימצא בתחום $0 < k < \frac{1}{a}$.

דרך הנקודות B ו־ A העבירו מקבילים לציר ה־ x , החותכים את ציר ה־ y בנקודות C ו־ D בהתאמה (ראה ציור).

ב. מצא את הערך של k , שעבורו היקף המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B המתקבלת עבור המלבן שהיקפו מקסימלי. נתון כי המשיק עובר בנקודה $(0\ ,\ 0)$.

מצא את הפונקציה $g(x)$.