



מתמטיקורס

קורס סדרות

יש סרטונים לכל התרגילים באתר מתמטיקורס

Matematicourse.com

[לחץ כאן כדי להגיע ישירות לדף הקורס](#)

סדרות

סדרה חשבונית

סדרה חשבונית היא סדרה של מספרים שבה ההפרש בין כל שני איברים סמוכים הוא קבוע. את ההפרש מסמנים באות d (מהמילה *difference*).

את איברי הסדרה החשבונית מסמנים באופן הבא: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$ כאשר המספר הקטן שמופיע למטה מציין את מיקום האיבר בסדרה. כך למשל a_3 הוא האיבר במקום השלישי בסדרה a ובאופן יותר כללי a_n הוא האיבר במקום ה- n בסדרה a .

לדוגמא בסדרה $12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots$ אפשר לומר ש- $a_5 = 24$ או במילים: **ערכו של האיבר במקום ה-5 הוא 24**.

אם הפרש הסדרה (d) הוא חיובי הסדרה עולה (כל איבר גדול מקודמו).

- $-1, 3, 7, 11, 15, \dots$
- $4, 10, 16, 22, 26, \dots$
- $-19, -17, -15, -13, -11, \dots$

אם הפרש הסדרה (d) הוא שלילי הסדרה יורדת (כל איבר קטן מקודמו).

- $15, 11, 7, 3, -1, \dots$
- $-2, -4, -6, -8, -10, -12, \dots$
- $3, -2, -7, -12, -17, \dots$

אם הפרש הסדרה (d) הוא אפס הסדרה קבועה (כל האיברים שווים) - בדר"כ לא נעסוק בסדרות כאלו.

הנוסחה לאיבר כללי של סדרה חשבונית היא:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

- n - מיקום האיבר
- a_n - ערכו של האיבר במקום ה- n
- a_1 - האיבר הראשון
- d - הפרש הסדרה

סוגי שאלות שאפשר לשאול בנוגע להגדרת הסדרה החשבונית:

1. נתונה הסדרה החשבונית $4, 10, 16, \dots$

- א. מצא את האיבר במקום ה-98.
- ב. מצא את מיקומו של האיבר שערכו 94.

2. נתונה הסדרה החשבונית $2, 5, 8, 11, \dots$

- א. מצא את האיבר במקום ה-9.
- ב. מצא את מיקומו של האיבר שערכו 86.

3. נתונה הסדרה החשבונית $15, 11, 7, \dots$
- מצא את האיבר במקום ה-12.
 - מצא את מיקומו של האיבר שערכו -69.
4. בין המספרים 12.5 ל-23 יש להכניס 6 מספרים כך שכל 8 המספרים יהוו סדרה חשבונית עולה.
מצא את הפרש הסדרה.
5. נתונה הסדרה החשבונית $-1, 3, 7, 11, \dots$
- מצא את האיבר במקום ה-15.
 - מצא את מיקומו של האיבר שערכו 79.
 - האם האיבר 49 קיים בסדרה?
 - מצא בסדרה את האיבר הקטן ביותר שגדול מ-49.
6. נתונה הסדרה החשבונית $122, 119, 116, \dots, -40$
- כמה איברים חיוביים יש בסדרה?
 - מצא את האיבר החיובי הקטן ביותר.
 - כמה איברים שליליים יש?
 - מצא את האיבר השלילי הגדול ביותר.
7. נתונה הסדרה החשבונית $-102, -95, -88, \dots, 143$
- כמה איברים שליליים יש בסדרה?
 - מצא את האיבר השלילי הגדול ביותר.
 - כמה איברים חיוביים יש בסדרה?
 - מצא את האיבר החיובי הקטן ביותר.
8. נתונה הסדרה החשבונית $108, 102, 96, \dots, -156$
- כמה איברים חיוביים יש בסדרה?
 - כמה איברים שליליים יש בסדרה?
9. בסדרה חשבונית סכום האיברים הרביעי והשישי הוא 58 וסכום האיברים השני והשלישי הוא 18.
מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
10. בסדרה חשבונית סכום האיברים השלישי והשישי הוא 17 וסכום האיברים הרביעי והשמיני הוא 26.
מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
11. בסדרה חשבונית סכום האיברים השני והשמיני הוא 118 האיבר הרביעי גדול פי 9 מהאיבר במקום ה-18. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
12. נתונה הסדרה החשבונית $-2, 5, 12, 19, \dots$
- מצא את הנוסחה ל- a_n (נוסחה לפי מקום לאיבר הכללי)
 - הגדר את הסדרה לפי נוסחת נסיגה.
13. נתונה הסדרה החשבונית $119, 116, 113, \dots$
- מצא את הנוסחה ל- a_n (נוסחה לפי מקום לאיבר הכללי)
 - הגדר את הסדרה לפי נוסחת נסיגה.
14. מצא לאילו ערכים של x מהווה הסדרה $x^2 - 2, 3x - 1, x + 6$ סדרה חשבונית.

15. כמה מספרים תלת ספרתיים יש המתחלקים ב-7 ללא שארית?
16. כמה מספרים תלת ספרתיים יש המתחלקים ב-11 ללא שארית?
17. כמה מספרים תלת מספרים יש המתחלקים ב-6 ללא שארית?
18. כמה מספרים תלת ספרתיים יש המתחלקים גם ב-4 וגם ב-6 ללא שארית.
19. נתונה הסדרה החשבונית $1, 7, 13, \dots$.
- א. מצא 3 איברים סמוכים שסכומם הוא 129.
- ב. מצא את המקום הסידורי שלהם.
20. נתונה הסדרה החשבונית $2, 7, 16, 25, \dots$. מצא 2 איברים הנמצאים במקומות אי זוגיים עוקבים שסכומם 122.
21. נתונה הסדרה החשבונית $45, 37, 29, \dots$.
- א. האם קיים בסדרה איבר שערכו 19?
- ב. מצא 2 איברים סמוכים שמכפלתם היא 209 ואת המקום הסידורי שלהם.
22. בסדרה החשבונית $58, 54, 50, \dots$ יש שלושה איברים יותר מאשר בסדרה החשבונית $9, -2, 5, \dots$ והאיבר האחרון שווה בשתי הסדרות. מצא את האיבר האחרון.
23. בסדרה החשבונית $26, 29, 32, \dots$ יש שני איברים יותר מאשר בסדרה החשבונית $3, 5, 13, \dots$ והאיבר האחרון שווה בשתי הסדרות. מצא את האיבר האחרון.
24. בסדרה חשבונית סכום האיברים השלישי והשביעי הוא 60 מצא את האיבר החמישי.
25. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots$.
- א. הוכח: אם קיימים n ו- k (n, k מספרים טבעיים) כך ש- $a_n = k$ ו- $a_k = n$ אז ערכו של האיבר במקום ה- $n+k$ הוא 0.
- ב. נתון שבסדרה הנתונה $a_3 = 12$ ו- $a_{12} = 3$. מצא את a_{15} .
26. הוכח שבכל סדרה חשבונית מתקיים $a_{n+1} + a_{n-1} = 2a_n$ (עבור כל $n > 1$).
27. הוכח שבכל סדרה חשבונית מתקיים $a_{n+k} + a_{n-k} = 2a_n$ (תוכל להניח ש- $k > 1, n \geq k$).
28. בסדרה חשבונית נתון: $a_n = k^2$ ו- $a_k = n^2$ ($n \neq k$). הבע את הפרש הסדרה באמצעות n ו- k .
29. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots$.
- א. הוכח את הזהות: $\frac{1}{xy} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{1}{y-x}$.
- ב. העזר בסעיף א והראה ש- $\frac{k-1}{a_1 \cdot a_k} = \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_{k-1} \cdot a_k}$ (הנח שכל איברי הסדרה הנתונה שונים מאפס).

תשובות

1. א. $a_{98} = 586$. ב. $a_{16} = 94$.
2. א. $a_9 = 26$. ב. $a_{29} = 86$.
3. א. $a_{12} = -29$. ב. $a_{22} = -69$.
4. $d = 1.5$.

5. א. $a_{15} = 55$ ב. $a_{21} = 79$ ג. לא. ד. $a_{14} = 51$
6. א. 41 ב. $a_{41} = 2$ ג. 14. ד. $a_{42} = -1$
7. א. 15 ב. $a_{15} = -4$ ג. 21. ד. $a_{16} = 3$
8. א. 18 ב. 26.
9. $d = 8, a_1 = -3$
10. $d = 3, a_1 = -2$
11. $d = -4, a_1 = 75$
12. א. $a_n = 7n - 9$ ב. $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 7 \\ a_1 = -2 \end{cases}$
13. א. $a_n = 122 - 3n$ ב. $\begin{cases} a_{n+1} = a_n - 3 \\ a_1 = 119 \end{cases}$
14. $x = 3$ או $x = 2$
15. 128.
16. 81.
17. 150.
18. 75.
19. א. 37, 43, 49 ב. 7, 8, 9.
20. $a_7 = 52, a_9 = 70$
21. א. לא. ב. $a_8 = -11, a_9 = -19$
22. 26.
23. $a_{10} = b_8 = 53$
24. $a_5 = 30$
25. א. הוכחה
26. ב. $a_{3+12} = a_{15} = 0$
26. הוכחה.
27. הוכחה.
28. $d = -(k + n)$
29. א. הוכחה
- ב. הוכחה

המיקום של האיבר האמצעי בסדרה בה יש מספר אי

זוגי של איברים הוא:

$$\frac{(מספר האיברים בסדרה) + 1}{2}$$

כלומר אם בסדרה יש n איברים (n אי זוגי)

האיבר האמצעי הוא - $\frac{a_{n+1}}{2}$

המיקומים של 2 האיברים האמצעיים בסדרה בה יש

מספר זוגי של איברים הוא:

$$1 + \frac{(מספר האיברים בסדרה)}{2}, \frac{(מספר האיברים בסדרה)}{2}$$

כלומר אם בסדרה יש n איברים (n זוגי)

האיברים האמצעיים הם - $\frac{a_n}{2}, \frac{a_{n+1}}{2} + 1$

1. נתונה הסדרה החשבונית $118, -2, -8, -14, \dots$. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.
2. נתונה הסדרה החשבונית $226, 13, 10, 7, \dots$. מצא את 2 האיברים האמצעיים בסדרה.
3. נתונה הסדרה החשבונית אשר לה 25 איברים. האיבר הראשון הוא 8 והאיבר האמצעי הוא 44. מצא את הפרש הסדרה.
4. בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים (n מספר טבעי). הוכח: סכום שני האיברים האמצעיים שווה לסכום האיבר הראשון והאחרון.
5. בסדרה חשבונית יש $2n + 1$ איברים (n מספר טבעי). נתון כי האיבר האחרון שווה לסכום של האיבר האמצעי והאיבר שלפניו. הוכח שבסדרה זו האיבר הראשון שווה להפרש הסדרה.
6. בסדרה חשבונית יש $4n$ איברים (n מספר טבעי). סכום שני האיברים האמצעיים שווה לאיבר הראשון. הוכח: האיבר האחרון בסדרה שווה לאפס.

תשובות

1. $a_{n+1} = a_{12} = 52$
2. $a_{37} = 115, a_{38} = 118$
3. $d = 3$
4. הוכחה
5. הוכחה
6. הוכחה

הוכחה של סדרה חשבונית:

1. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים. נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = a_1 + a_2, b_2 = a_2 + a_3, b_3 = a_3 + a_4 \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית והבע את הפרשה באמצעות d (הפרש הסדרה המקורית).
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

2. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים (k מספר זוגי). נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = a_1 + a_2, b_2 = a_3 + a_4, b_3 = a_5 + a_6 \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית והבע את הפרשה באמצעות d (הפרש הסדרה המקורית).
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

3. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים. נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = (a_2)^2 - (a_1)^2, b_2 = (a_3)^2 - (a_2)^2, b_3 = (a_4)^2 - (a_3)^2 \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית והבע את הפרשה באמצעות d (הפרש הסדרה המקורית).
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

4. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים. נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = a_1 + a_2 + a_3, b_2 = a_2 + a_3 + a_4, b_3 = a_3 + a_4 + a_5 \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית והבע את הפרשה באמצעות d (הפרש הסדרה המקורית).
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

5. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים (k מתחלק ב-3 ללא שארית). נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = a_1 + a_2 + a_3, b_2 = a_4 + a_5 + a_6, b_3 = a_7 + a_8 + a_9, b_4 = a_{10} + a_{11} + a_{12} \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית והבע את הפרשה באמצעות d (הפרש הסדרה המקורית).
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

6. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}, a_k$ ובה k איברים. נסמן את הפרשה ב- d .
 בונים סדרה חדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית באופן הבא:

$$b_1 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_1 - a_2}, b_2 = \frac{a_2 + a_3 + a_4}{a_2 - a_3}, b_3 = \frac{a_3 + a_4 + a_5}{a_3 - a_4} \dots$$
 - א. הבע את האיבר במקום ה- n בסדרה החדשה באמצעות איברי הסדרה המקורית.
 - ב. הוכח שהסדרה החדשה b_n היא סדרה חשבונית ומצא את הפרשה.
 - ג. הבע באמצעות k את מספר האיברים בסדרה החדשה.

7. נתונות שתי סדרות a_n ו- b_n . הנוסחה לאיבר כללי של הראשונה היא: $a_n = -3n + 18$ והנוסחה לאיבר כללי של השנייה היא: $b_n = 4n^2 - 2n + 1$. עבור כל אחת מהן ציין האם היא סדרה חשבונית ואם כן הוכח זאת.

8. נתונות שתי סדרות a_n ו- b_n . הנוסחה לאיבר כללי של הראשונה היא: $a_n = -n + n^2$ והנוסחה לאיבר כללי של השנייה היא: $b_n = 4n + 2$. עבור כל אחת מהן ציין האם היא סדרה חשבונית ואם כן הוכח זאת.

תשובות

1. א. $b_n = a_n + a_{n+1}$

ב. $b_{n+1} - b_n = 2d$

ג. $K-1$

2. א. $b_n = a_{2n-1} + a_{2n}$

ב. $b_{n+1} - b_n = 4d$

ג. $\frac{k}{2}$

3. א. $b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$

ב. $b_{n+1} - b_n = 2d^2$

ג. $K-1$

4. א. $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$

ב. $b_{n+1} - b_n = 3d$

ג. $K-2$

5. א. $b_n = a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}$

ב. $b_{n+1} - b_n = 9d$

ג. $\frac{k}{3}$

6. א. $b_n = \frac{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}}{a_n - a_{n+1}}$

ב. $b_{n+1} - b_n = -3$

ג. $K-2$

7. א. $a_{n+1} - a_n = -3$ סדרה חשבונית:

ב. b_n אינה סדרה חשבונית

8. א. a_n אינה סדרה חשבונית

ב. b_n סדרה חשבונית: $b_{n+1} - b_n = 4$

ישנן 2 גרסאות לנוסחת הסכום של סדרה חשבונית:

$$s_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1) \cdot d] \quad (1)$$

$$s_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] \quad (2)$$

הנוסחה הראשונה אינה מופיעה בדף הנוסחאות והשניה כן.

- a_1 – הוא האיבר הראשון בחלק של הסדרה שאותו אנחנו סוכמים.

(לוא דווקא חייב להיות האיבר הראשון בסדרה כולה).

- n – מספר האיברים בחלק של הסדרה שאנחנו סוכמים.

(לוא דווקא חייב להיות מספר האיברים בסדרה כולה).

- d – הפרש הסדרה שאותה אנחנו סוכמים.
(לוא דווקא חייב להיות הפרש הסדרה המקורית-למשל אם נסכום את האיברים במקומות האי-זוגיים אז הפרש יהיה $2d$).

- a_n – הוא האיבר האחרון בחלק של הסדרה שאותו אנחנו סוכמים.

(לוא דווקא חייב להיות האיבר האחרון בסדרה כולה).

שאלות שונות

1. נתונה הסדרה החשבונית $...4, 3, 10$. מצא את סכום 12 האיברים הראשונים.
2. נתונה הסדרה החשבונית $2, 5, 8, \dots, 74$.
א. מצא את סכום הסדרה.
ב. מצא את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.
ג. מצא את סכום 10 האיברים האחרונים בסדרה.
3. נתונה הסדרה החשבונית $1, 5, 9, \dots$. מצא כמה איברים יש בסדרה אם ידוע שסכום הסדרה הוא 153.
4. נתונה הסדרה החשבונית $30, 26, 22, \dots$. מצא כמה איברים יש בסדרה אם ידוע שסכום הסדרה הוא 120. (מצא את שתי האפשרויות).
5. בסדרה חשבונית (שאינה סדרה קבועה) האיבר הראשון שווה להפרש הסדרה. האיבר הנמצא במקום האחרון קטן פי 5 מסכום הסדרה. מצא כמה איברים יש בסדרה.
6. בסדרה חשבונית האיבר הראשון גדול פי 2 מהפרש הסדרה. האיבר הנמצא במקום האחד לפני האחרון קטן פי 6 מסכום הסדרה. מצא כמה איברים יש בסדרה. (נתון שהסדרה החשבונית אינה קבועה).

7. בסדרה חשבונית אשר בה 14 איברים סכום שני האיברים האמצעיים הוא 103. מצא את סכום איברי הסדרה.
8. בסדרה חשבונית סכום 9 האיברים הראשונים שווה לסכום 17 האיברים הראשונים. מצא את הסכום של 26 האיברים הראשונים.
9. בסדרה חשבונית אשר בה 28 איברים סכום 10 האיברים הראשונים הוא 865 וסכום 10 האיברים האחרונים הוא 325. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
10. בסדרה חשבונית אשר בה 20 איברים סכום 10 האיברים הראשונים הוא 335 וסכום 10 האיברים האחרונים הוא 1035. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
11. נתונה הסדרה החשבונית: $14, -27, -40, \dots$ מצא כמה איברים עוקבים יש לחבר החל מהאיבר ה-21 כך שהסכום שיתקבל יהיה 1813.
12. נתונה הסדרה החשבונית: $24, 29, 34, \dots$ חיברו 11 איברים החל מאיבר מסוים והתקבל הסכום 1419. מהו מיקומו הסידורי של האיבר שהחל ממנו התחילו לסכום?
13. בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא 10- והאיבר האחרון הוא 82. מצא כמה איברים יש בסדרה אם ידוע שסכומה הוא 864.
14. בסדרה חשבונית יש 28 איברים. האיבר האחרון בסדרה הוא 19 וסכום איבריה הוא 1666. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

תשובות

1. $S_{12} = 414$
2. א. $S_{25} = 950$
- ב. $S_{10} = 155$
- ג. סכום 10 איברים אחרונים $S_{25} - S_{15} = 605$
3. $n = 9$
4. $n_1 = 10, n_2 = 6$
5. $n = 9$
6. $n = 9$
7. $S_{14} = 721$
8. $S_{26} = 0$
9. $d = -3, a_1 = 100$
10. $d = 7, a_1 = 2$
11. $n = 7$
12. $n = 17$
13. $n = 24$
14. $a_1 = 100$

את ההסבר הרשום כאן אין צורך להבין לבד הוא מוסבר בסרטונים:

במידה ונתונה לנו נוסחת הסכום ונקצה למצוא את האיבר במקום ה- k נעזר בקשר החשוב:

$$a_k = S_k - S_{k-1}$$

נזכור שהקשר הזה נכון עבור $k \geq 2$

1. נתונה הסדרה החשבונית $3, 5, 7, \dots$. מצא נוסחה ל- S_n (המובעת באמצעות n בלבד).

2. הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של סדרה היא $S_n = \frac{1}{2}n + 1\frac{1}{2}n^2$.

א. מצא את a_4 .

ב. מצא את a_8 .

ג. מצא את a_3 .

ד. מצא את a_1 .

ה. מצא את הנוסחה לפי מקום של הסדרה.

3. נתונות הנוסחאות לסכום n האיברים הראשונים של שתי סדרות a_n ו- b_n .

נוסחת הסכום של הסדרה a_n היא $S_n = 3n^2 - 2n$.

נוסחת הסכום של הסדרה b_n היא $S_n = 3n^2 - 2n + 4$.

א. מצא את a_4, a_3, a_2 ואת b_4, b_3, b_2 .

ב. מצא את הנוסחה לאיבר כללי לכל אחת מהסדרות עבור $n \geq 2$.

ג. מצא את a_1 ואת b_1 .

ד. רק אחת מהנוסחאות שמצאת בסעיף ב נכונה עבור $n \geq 1$. ציין איזו.

4. הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של סדרה היא $S_n = 8n + n^2$.

הוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית.

5. נתונה הסדרה a_n . הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה היא $S_n = 2n^2 + 5n - 6$.

א. הוכח שאיברי הסדרה המגיעים אחרי a_1 מהווים סדרה חשבונית.

ב. האם ניתן לומר שהסדרה a_n היא סדרה חשבונית?

6. נתונה הסדרה a_n . הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים שלה היא $S_n = -3n^2 + 6n + c - 2$.

א. הוכח שאיברי הסדרה המגיעים אחרי a_1 מהווים סדרה חשבונית.

ב. עבור איזה ערך של הפרמטר c הסדרה a_n היא סדרה חשבונית.

7. נתונה הסדרה a_n . הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה היא $S_n = n^3 - 2n + 3$.

הוכח שהסדרה אינה חשבונית.

תשובות

1. $S_n = n(n+2)$
2. א. $a_4 = 11$
ב. $a_8 = 23$
ג. $a_3 = 8$
ד. $a_1 = 2$
ה. $a_n = S_n - S_{n-1} = 3n - 1$
3. א. $a_2 = 7, a_3 = 13, a_4 = 19, b_2 = 7, b_3 = 13, b_4 = 19$
ב. $a_n = 6n - 5, b_n = 6n - 5$
ג. $a_1 = 1 (n \geq 1)$
ד. $b_1 = 5 (n \geq 2)$
ה. הנוסחה של a_1
4. $D = 2$
5. א. $a_n = 4n + 3 (n \geq 2)$
ב. לא
6. א. $a_n = 9 - 6n, (n \geq 2), d = -6$
ב. $C = 2$
7. הוכחה

סכום איברים אחרונים

1. בסדרה חשבונית שההפרש שלה הוא 4 יש $2n$ איברים (n מספר טבעי). סכום n האיברים הראשונים הוא 143 וסכום n האיברים האחרונים הוא 627. מצא כמה איברים יש בסדרה.
2. בסדרה חשבונית שההפרש שלה הוא 7 יש $3n$ איברים (n מספר טבעי). סכום n האיברים האחרונים גדול ב-1400 מסכום n האיברים הראשונים. מצא כמה איברים יש בסדרה.
3. בסדרה חשבונית שההפרש שלה הוא 2 יש n איברים (n מספר טבעי). סכום $n - 4$ האיברים הראשונים קטן ב-96 מסכום $n - 4$ האיברים האחרונים. מצא כמה איברים יש בסדרה.
4. בסדרה חשבונית שההפרש שלה הוא -4 יש n איברים (n מספר טבעי). סכום $n - 2$ האיברים הראשונים גדול ב-104 מסכום $n - 2$ האיברים האחרונים. מצא כמה איברים יש בסדרה.
5. בסדרה חשבונית שבה $5n$ איברים (n מספר טבעי), סכום n האיברים האחרונים גדול פי 9 מסכום n האיברים הראשונים. האיבר ה-4 בסדרה הוא 14 מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

תשובות

1. מספר האיברים בסדרה $2n = 22$
2. מספר האיברים בסדרה $3n = 30$
3. מספר האיברים בסדרה $n = 16$
4. מספר האיברים בסדרה $n = 15$
5. $a_1 = 2, d = 4$

תכונות סדרת האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים וסדרת האיברים הנמצאים במקומות האי זוגיים:

זהו סיכום בלבד אך הוא מוסבר בסרטונים כך שאין צורך להבין אותו לבד

סדרת האיברים במקומות האי-זוגיים	סדרת האיברים במקומות הזוגיים	
האיבר הראשון של הסדרה המקורית	האיבר השני של הסדרה המקורית	איבר ראשון
פי 2 מהפרש הסדרה המקורית	פי 2 מהפרש הסדרה המקורית	הפרש
חצי ממספר איברי הסדרה המקורית	חצי ממספר איברי הסדרה המקורית	מספר איברים (במידה ובסדרה המקורית יש מספר זוגי של איברים)
$\frac{1 + \text{מספר איברי המקורית}}{2} = \text{מספר האיברים}$	$\frac{1 - \text{מספר איברי המקורית}}{2} = \text{מספר האיברים}$	מספר איברים (במידה ובסדרה המקורית יש מספר אי זוגי של איברים)

- נתונה הסדרה החשבונית 6,12,18,... בסדרה יש 60 איברים.
 - מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.
 - מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים.
 - נתונה הסדרה החשבונית 12,...,-6.6,-6.8,-7. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.
 - נתונה הסדרה החשבונית 60,56,52,... בסדרה יש 47 איברים.
 - מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.
 - מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים.
 - בסדרה חשבונית יש 28 איברים. סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים הוא 1638 וסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 1540. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
 - בסדרה חשבונית יש 22 איברים. סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים גדול ב-55 מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים. מצא את הפרש הסדרה.
 - בסדרה חשבונית ובה 26 איברים ידוע כי האיבר הנמצא במקום ה-13 הוא 29. חשב את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.
 - נתונה הסדרה החשבונית 13,24,35,... בסדרה יש מספר זוגי של איברים. סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 630 חשב את סכום כל הסדרה.
 - בסדרה חשבונית יש מספר זוגי של איברים. הפרש הסדרה הוא 7. האיבר האחרון בסדרה הוא 250 וסכום כל האיברים העומדים במקומות האי זוגיים הוא 2227. כמה איברים יש בסדרה?
 - בסדרה חשבונית יש מספר אי-זוגי של איברים. הפרש הסדרה הוא 6. האיבר האחרון בסדרה הוא 123 וסכום כל האיברים העומדים במקומות הזוגיים הוא 621. כמה איברים יש בסדרה?
 - בסדרה חשבונית יש מספר אי-זוגי של איברים. הפרש הסדרה הוא 3-.
- האיבר האחרון בסדרה הוא 13- וסכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים הוא 240. כמה איברים יש בסדרה?

תשובות

1. א. סכום איברים זוגיים $S_n = 5,580$
 ב. סכום איברים אי זוגיים $S_n = 5,400$
2. סכום איברים זוגיים $S_n = 124.8$
3. א. סכום איברים זוגיים $S_n = -736$
 ב. סכום איברים אי זוגיים $S_n = -768$
4. $a_1=19, d=7$
5. $d = 5$
6. סכום איברים אי זוגיים $S_n = 377$
7. סכום כל הסדרה $S_n = 1,183$
8. מספר האיברים בסדרה $2n = 34$
9. מספר האיברים בסדרה $2n+1 = 19$
10. מספר האיברים בסדרה $2n+1 = 23$

בעיות שונות סכום סדרה חשבונית

1. נתונה הסדרה החשבונית $148, ..., 62, 74$ מצא את סכום כל האיברים השליליים.
2. נתונה הסדרה החשבונית $18, 21, 24, ...$ כמה איברים עוקבים לכל היותר יש לחבר, החל בראשון, כדי שסכומם עדיין יהיה חיובי? מהו סכום כל האיברים האלה?
3. נתונה הסדרה החשבונית $25, 29, 33, ...$ כמה איברים עוקבים לכל היותר יש לחבר, החל בראשון, כדי שסכומם עדיין יהיה חיובי? מהו סכום כל האיברים האלה?
4. נתונה הסדרה החשבונית $18, 11, 4, ...$ כמה איברים עוקבים לפחות יש לחבר, החל בראשון, כדי שסכומם יהיה גדול מ-374? מהו סכום כל האיברים האלה?
5. בסדרה חשבונית שאינה קבועה יש מספר זוגי של איברים. נתון שהאיבר האחרון שווה לסכום שני האיברים האמצעיים ושסכום הסדרה גדול פי 5 מהאיבר האחרון. מצא את מספר איברי הסדרה.
6. בסדרה חשבונית יש מספר אי זוגי של איברים. סכום כל הסדרה הוא 945 והאיבר האמצעי הוא 21. כמה איברים יש בסדרה?
7. בסדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ אשר הפרשה הוא d יש n איברים (n מספר טבעי).
 א. בין כל שני איברים סמוכים הכניסו 2 איברים כך שנוצרה סדרה חשבונית חדשה.
 הבע באמצעות d את הפרש הסדרה החשבונית החדשה.
 ב. בין כל שני איברים סמוכים הכניסו 3 איברים כך שנוצרה סדרה חשבונית חדשה.
 הבע באמצעות d את הפרש הסדרה החשבונית החדשה.
 בין כל שני איברים סמוכים הכניסו k איברים כך שנוצרה סדרה חשבונית חדשה (k מספר טבעי).
 ג. הבע באמצעות d ו- k את הפרש הסדרה החשבונית החדשה.
 ד. הבע באמצעות k ו- n את מספר האיברים בסדרה החדשה.
 ה. הבע באמצעות d, k, a_1, n את סכום הסדרה החדשה.
8. בסדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא 15 יש $2n - 1$ איברים. סכום n האיברים הראשונים הוא 855 וסכום n האיברים האחרונים הוא 2115. מצא את מספר איברים הסדרה.

תשובות

1. סכום האיברים השליליים $S_{25} = -1900$

2. יש לחבר 16 איברים $S_{16} = 24$

3. יש לחבר 17 איברים $S_{17} = 17$

4. יש לחבר לפחות 11 איברים $S_{11} = 429$

5. מספר איברי הסדרה $2n = 10$

6. מספר איברי הסדרה $2n+1 = 45$

7. א. $\frac{d}{3}$

ב. $\frac{d}{4}$

ג. $\frac{d}{k+1}$

ד. $n+(n-1)k$

ה. $\frac{[n+(n-1)k]\{2a_1+[n+(n-1)k-1]\frac{d}{k+1}\}}{2}$

8. מספר איברי הסדרה $2n-1 = 29$