

דוגמאות לשאלות דמויות בגרות

שאלון 035581

פעילות לתלמידים
לכיתה י"א – 5 יח"ל



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

שאלות לתרגול שאלון 581, י"א 5 יחידות

1. סדרות

הסדרה a_1, a_2, a_3, \dots מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה (n מספר טבעי):

$$\begin{cases} S_1 = 9 \\ S_{n+1} = S_n - 7n + 9 \end{cases}$$

$$\text{כאשר: } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

א. הוכח שהסדרה a_1, a_2, a_3, \dots היא חשבונית.

$$\text{סדרה נוספת מקיימת את הכלל: } b_{n+1} - b_n = a_n$$

ב. חשב את הסכום הבא (רשום תשובתך באמצעות שברים, או בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

$$\frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} + \frac{b_3 - b_2}{a_2 - a_3} + \frac{b_4 - b_3}{a_3 - a_4} + \dots + \frac{b_{20} - b_{19}}{a_{19} - a_{20}}$$

2. הסתברות

- ערכו סקר בין משתתפי כינוס בחירות ומצאו: 20% מהנשים קוראות עיתון בוקר. מספר הגברים גדול פי a ממספר הנשים שקוראות עיתון בוקר.
- א. בטא באמצעות a את ההסתברות לבחור גבר מבין כלל משתתפי כינוס הבחירות?
- ב. מהי ההסתברות לבחור משתתף/משתתפת שקורא/קוראת עיתון בוקר, אם ידוע שהמאורעות: "נבחרה אישה" ו-"נבחר מישהו שקורא/קוראת עיתון בוקר" בלתי תלויים? הסבר.
- ג. עבור הסעיפים הבאים: ידוע כי $a = 6$.
נבחר באקראי משתתף/משתתפת מבין באי הכינוס. ידוע שהוא קורא/קוראת עיתון בוקר. מה סביר יותר, שהוא גבר או אישה?
- ד. הנח כי מספר המשתתפים בכינוס גדול מאד. בוחרים באקראי 6 ממשתתפי הכינוס (גברים או נשים). מהי ההסתברות לבחור לפחות חמש נשים שקוראות עיתון בוקר?

3. טריגונומטריה

במעגל שרדיוסו R חסום משולש ABC .

ידוע כי:

AF הוא קוטר במעגל.

המשיק למעגל בנקודה F מקביל למיתר BC .

הנקודה E היא נקודת החיתוך של המשיק למעגל ב- F עם

המשיק למעגל ב- B .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של המשיק למעגל ב- F עם

המשיק למעגל ב- C . AF ו- BC נפגשים בנקודה T .

נתונה הזווית: $\angle BAF = \alpha$.

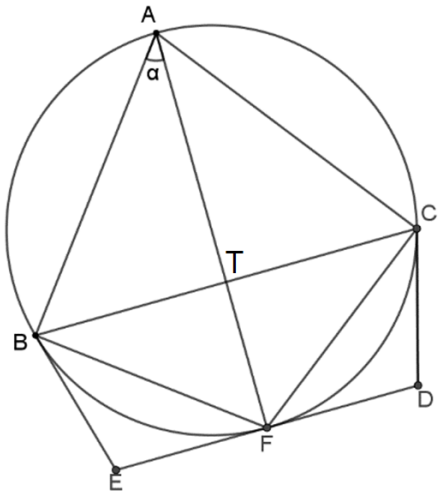
א. בטא באמצעות α את $\angle BEF$. הסבר שיקוליך בקצרה.

אין צורך לפרט כהוכחה בגיאומטריה.

ב. הוכח כי: $BE = R \tan \alpha$.

ג. חשב את מידת הזווית α עבורה שטח המשולש BFC גדול פי 3 משטח המשולש BEF .

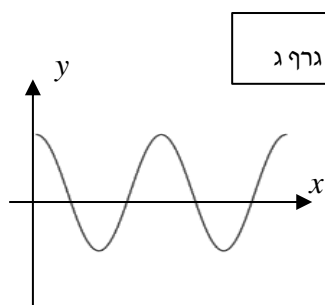
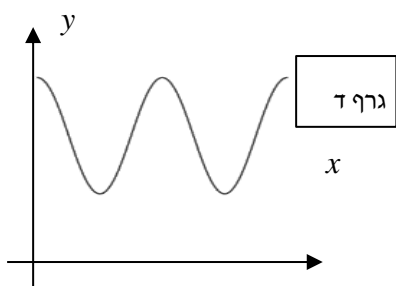
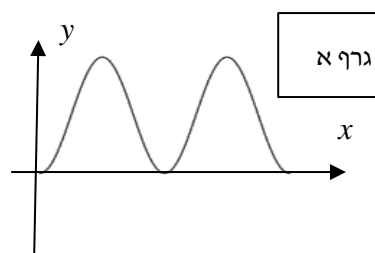
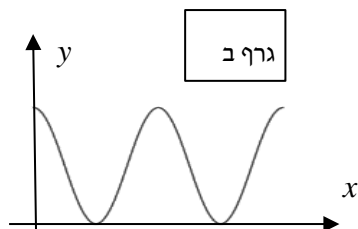
ד. עבור $\alpha = 30^\circ$, בטא באמצעות R את אורכו של הקטע BD .



4. אנליזה

נתונות הפונקציות: $f(x) = 2\cos^2 2x$, $g(x) = \cos 4x + 2$.

א. מצא לכל אחת מהפונקציות את הגרף המתאים מבין ארבעת הגרפים הבאים, נמק קביעתך.



ב. הוכח: $g(x) = f(x) + c$ מה ערכו של c ?

ג. בכמה גדול $\int_0^\pi g(x) dx$ מ- $\int_0^\pi f(x) dx$. נמק תשובתך. (אין חובה לחשב במפורש את שני האינטגרלים).

ד. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר מסיבוב סביב ציר ה- x של גרף הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

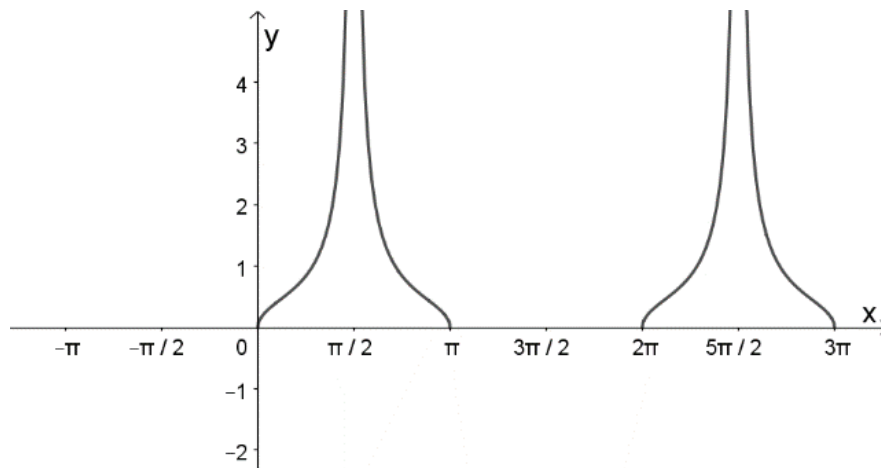
5. אנליזה

נתונה הפונקציות: $f(x) = \frac{\sin x}{g(x)}$, $(a > 0)$ $g(x) = 1 + \cos(ax)$.
המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר ה- x הוא π .
א. מצא את ערכו של a .

הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$:

ציין את:

- נקודות החיתוך עם הצירים,
 - האסימפטוטות המקבילות לצירים (אם יש),
 - תחומי העלייה והירידה ונקודות הקיצון (אם יש).
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הוסף לאותה מערכת צירים סקיצה לגרף הפונקציה: $h(x) = \sqrt{f(x)}$.
התייחס לתחום ההגדרה של $h(x)$.



6. אנליזה - דומה לשאלה 5

נתונה הפונקציות: $g(x) = 1 + \cos(ax)$, $(a > 0)$, $f(x) = \frac{\sin x}{(1 + \cos(ax))^2}$.

המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר ה- x הוא π .

א. מצא את ערכו של a .

הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$:

$$f'(x) = \frac{1+3\sin^2 x}{4\cos^5 x} \quad \text{הוכח כי:}$$

ב. ציין את:

- נקודות חיתוך עם הצירים,

- אסימפטוטות המקבילות לצירים (אם יש),

- תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון (אם יש).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין ציר ה- x לבין הישר: $x = \frac{\pi}{4}$.

7. אנליזה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{\cos(x)}}{\sin(x)}$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$

א. רשום, עבור התחום הנתון בשאלה:

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

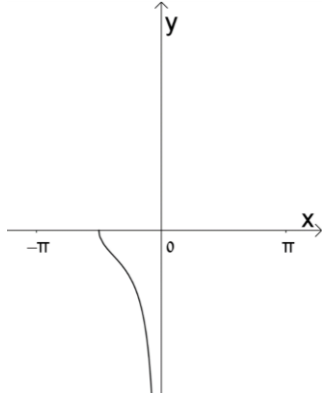
(2) האם הפונקציה זוגית, אי-זוגית או אחרת? נמק קביעתך.

ב. לפניך גרף של הפונקציה בחלק מהתחום הנתון. השלם אותו, כך

שיתאר את הגרף של הפונקציה בכל התחום הנתון.

ג. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר: $x = \frac{\pi}{4}$

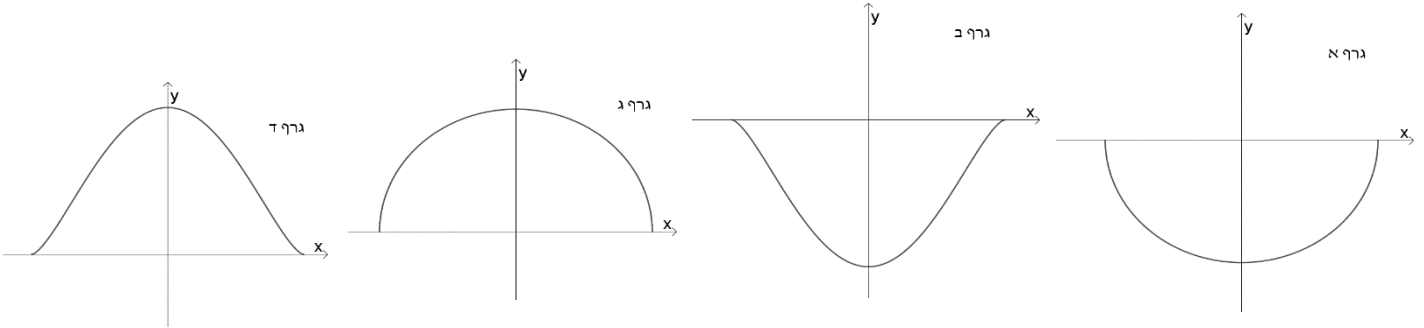
מסתובב סביב ציר ה- x . חשב את נפח הגוף הנוצר באופן זה.



8. אנליזה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{k^2 - x^2}$, $k > 0$.

א. בחר בין הגרפים הבאים את הגרף המתאים לפונקציה. נמק בחירתך.



ב. מנקודה **מימין לציר y** (נסמנה A) שעל הגרף של $f(x)$ מעבירים אנכים לצירים. האנך לציר x חותך את הציר בנקודה B , האנך לציר y חותך את הציר בנקודה C . הנקודה O היא ראשית הצירים.

(1) בטא באמצעות k את שיעורי הנקודה A בה מתקבל שטח מקסימלי למרובע $ABOC$ הנוצר באופן זה.

(2) ידוע כי השטח המקסימלי של מרובע $ABOC$ שנוצר באופן זה הוא: 2.

מצא את ערכו של k .

(3) לפניך הגרף המתאים לתיאור פונקציית השטח של המרובעים $ABOC$, כאשר הנקודה A שעל הגרף מימין לציר y .

סרטט גרף שיתאר את פונקציית השטח של המרובעים $ABOC$, כאשר הנקודה A נמצאת משמאל לציר ה- y . פרט שיקולריך.