

מדינת ישראל

משרד החינוך

משימות והצעת תשובות

קיץ תשע"ד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

משימה 1

- משאית יצאה מתחנה A ונסעה במהירות קבועה לכיוון תחנה B .
- 2 שעות אחרי היציאה הגיעה המשאית לתחנה C , הנמצאת בין A ל- B , ואז הקטינה המשאית את מהירותה ל- $\frac{1}{3}$ ממהירותה הקודמת. המשאית הגיעה לתחנה B , 40 דקות אחרי השעה שבה הייתה מגיעה אילו לא הקטינה את מהירותה.
- למחרת יצאה המשאית מתחנה A באותה מהירות קבועה, וכשהגיעה למרחק של 14 ק"מ אחרי התחנה C , הקטינה את מהירותה ל- $\frac{1}{3}$ ממהירותה הקודמת. הפעם הגיעה המשאית לתחנה B , 20 דקות אחרי השעה שבה הייתה מגיעה אילו לא הקטינה את מהירותה.
- א. אילו המשאית לא הקטינה את מהירותה, כמה שעות הייתה נמשכת הנסיעה שלה מ- A ל- B ?
- ב. מצא את המהירות שהייתה למשאית לפני שהקטינה את מהירותה.

משימה 2

- נתונה הסדרה: $1, -5, 9, -13, 17, -21, \dots$
- הערכים המוחלטים של איברי הסדרה מהווים סדרה חשבונית. האיברים במקומות הזוגיים בסדרה הם שליליים.
- נתון כי הסכום של $2n - 1$ האיברים הראשונים בסדרה הנתונה הוא 101 .
- מצא את הסכום של n האיברים הראשונים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

משימה 3

עורכים את הניסוי שלפניך.

בכד יש 10 כדורים: 6 כדורים אדומים ו-4 כדורים שחורים.

מוציאים באקראי כדור מהכד:

אם הכדור הוא אדום, משאירים אותו בחוץ ומוסיפים לכד x כדורים אדומים,

ואם הכדור הוא שחור, מחזירים אותו לכד.

לאחר מכן מוציאים באקראי כדור נוסף מהכד.

ההסתברות שלשני הכדורים שמוציאים יהיה אותו הצבע היא 0.56.

א. חשב את x .

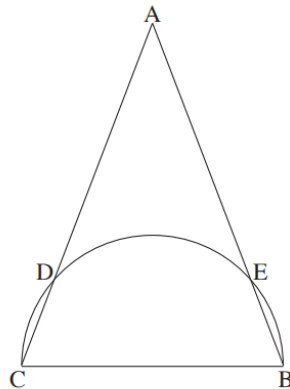
ב. ידוע שלפחות אחד מהכדורים שהוצאו היה אדום.

מהי ההסתברות שבהוצאה השנייה הכדור שהוצא היה שחור?

ג. חוזרים n פעמים על הניסוי שתואר בפתיח.

מהי ההסתברות להוציא שני כדורים אדומים בניסוי אחד בדיוק? (הבע באמצעות n).

משימה 4



נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

הבסיס BC הוא קוטר של חצי מעגל.

חצי המעגל חותך את השוקיים AB ו- AC

בנקודות E ו- D בהתאמה (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע $BCDE$ הוא טרפז שווה-שוקיים.

ב. נתון: $DC = \frac{1}{3}AD$, רדיוס המעגל הוא R .

הוכח כי $R = \sqrt{2} DC$.

משימה 5

במשולש ABC אורך הצלע BC הוא a , והזווית מולה היא α .

נתון: $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$.

א. הבע את שטח המשולש ABC באמצעות a ו- α .

ב. נתון גם: $\alpha = 60^\circ$.

מצא את הזוויות האחרות במשולש ABC .

משימה 6

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + 8 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$,

א. (1) הראה כי $f'(x) = 4 \sin^2 x - 4 \sin x$.

(2) בתחום הנתון, מצא את נקודות הקיצון המוחלט של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. (1) בתחום הנתון, סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) נתונה המשוואה $\sin^2 x - \sin x = k$, $0 \leq x \leq \pi$,

מצא עבור אילו ערכים של k יש פתרון למשוואה.

ג. בתחום הנתון, מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי ציר ה- y , על ידי הישר המשיק לגרף של פונקציית הנגזרת בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{6}$

ועל ידי הישר $x = \pi$.

משימה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

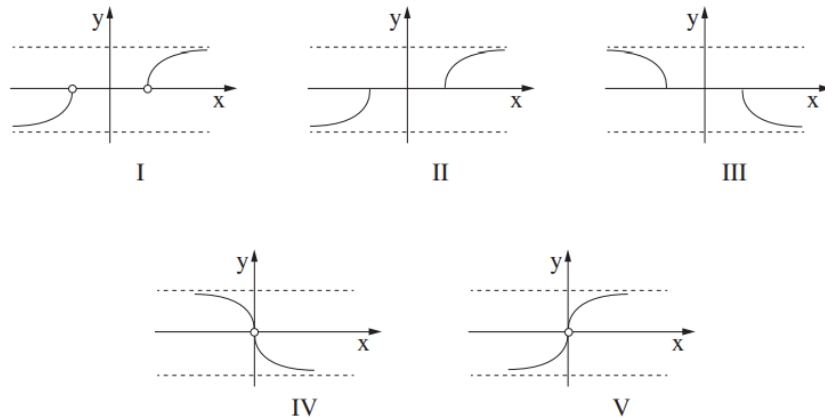
(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 15}}{x}$

לפניך חמישה גרפים V-I.



איזה גרף מתאר את הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. עבור אילו ערכי x מתקיים האי-שוויון $\frac{f'(x)}{g'(x)} < 0$? נמק.

משימה 8

נתונה הפרבולה $y = x^2 - 12$.

נקודה B נמצאת על הפרבולה ברביע הרביעי.

נקודה C נמצאת על ציר ה- x כך ש- $BC = BO$, O – ראשית הצירים.

(נקודה C שונה מנקודה O).

מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי ציר ה- y ועל ידי הקטע BO,

כאשר השטח של המשולש BCO הוא מקסימלי.